

## 7.7 Dämpfung der Saitenschwingung

Beim Anzupfen erhält die Saite einige mWs potentielle Energie zugeführt, die beim anschließenden Ausschwingen in Wärme umgewandelt werden. Dieser **Dissipation** liegen mehrere Mechanismen zugrunde, die ihre Ursache teils in der Saite selbst, teils in ihrer unmittelbaren Umgebung haben. Hatten Kap. 1 und 2 noch die ungedämpfte Wellenausbreitung zum Inhalt, so soll nun ausführlicher auf die einzelnen Dämpfungsmechanismen eingegangen werden. Gemäß der in Musikerkreisen vorherrschender Meinung ist das **Korpusholz** die Ursache für die Saitenbedämpfung: Wünschenswert ist langes **Sustain**, d.h. langdauerndes Nachklingen einer angezupften Saite, jedoch kooperieren angeblich nicht alle Hölzer in gewünschter Weise mit dem Musiker. Ob das Holz tatsächlich die Hauptursache für die Saitenbedämpfung (und damit für einen Teil der Klangformung) darstellt, ist Thema der folgenden Kapitel.

### 7.7.1 Strahlungsdämpfung

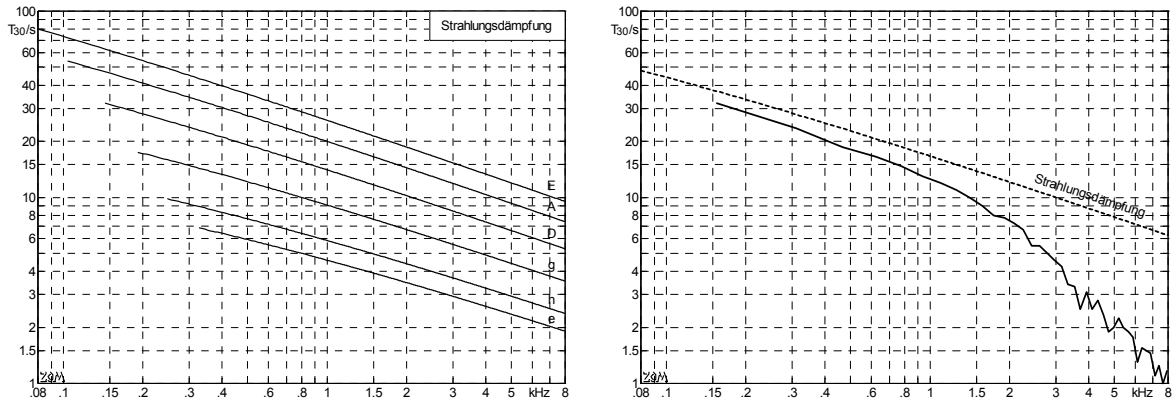
Die Schwingungsenergie der Saite wird u.a. dadurch verringert, dass bei ihrer Bewegung in Luft ein Reibwiderstand zu überwinden ist – würde die Saite im Vakuum schwingen, wäre dieser Widerstand nicht vorhanden (d.h. null). Man kann diesen Wirkwiderstand als Realteil der komplexen **Strahlungsimpedanz** betrachten, und ihren Imaginärteil (eine winzige Masse) ignorieren. Der Realteil bedämpft die Saitenschwingung, weswegen auch von *Luftdämpfung* gesprochen wird. Legt man eine gedämpfte Schwingung mit exponentiell abklingender Amplitude zugrunde, lässt sich die Abklinggeschwindigkeit mit der **Zeitkonstante**  $\tau$  oder dem hierzu reziproken **Abklingkoeffizient**  $\delta = 1/\tau$  definieren, der einen konstanten ( $D_0$ ) und einen frequenzabhängigen Term ( $D_{1/2} \cdot \sqrt{f}$ ) enthält. Nach Stokes (Kurzfassung in [1]) erhält man:

$$D_0 = \frac{4 \cdot \rho_{air} \cdot v_{air}}{\rho \cdot D^2}; \quad D_{1/2} = \frac{4 \cdot \rho_{air} \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_{air}}{\rho \cdot D}; \quad \delta(f) = D_0 + D_{1/2} \cdot \sqrt{f}$$

Hierbei sind  $\rho_{air}$  und  $v_{air}$  Dichte bzw. kinematische Viskosität der Luft,  $\rho$  ist die Saitendichte, und  $D$  ist der Saitendurchmesser. Fletcher/Rossing [1] fassen beide Dämpfungsterme zu einer Formel zusammen, in der sie die Energie-Abklingzeitkonstante angeben. Weil hierbei jedoch Verwechslung droht, soll im Folgenden nur die **Abklingzeit\***  $T_{30} = 3.45/\delta$  verwendet werden.

Mit der für Stahl nicht unüblichen Dichte von  $7.9 \text{ g/cm}^3$  für Massivsaiten bzw.  $7.1 \text{ g/cm}^3$  für umspinnene Saiten erhält man die in **Abb. 7.63** links dargestellten Frequenzabhängigkeiten der Teilton-Abklingzeiten  $T_{30}$ . Nach der o.a. Formel hängt  $T_{30}$  näherungsweise reziprok von der Wurzel aus der Frequenz und reziprok vom Saitendurchmesser ab – dickere Saitensätze haben (diesbezüglich!) längeres Sustain. Hiermit ergibt sich für den Grundton der E<sub>2</sub>-Saite (0.046") die Abklingzeit zu ca. 80 s, die der E<sub>4</sub>-Saite (0.009") zu 6.8 s. Diese Modell-Ergebnisse dienen im Folgenden aber lediglich als Orientierungswerte, es soll nicht näher untersucht werden, ob die Strahlungsimpedanz des oszillierenden Zylinders nicht doch zu modifizieren wäre, weil ja mit Korpus und Griffbrett Reflektoren in unmittelbarer Nachbarschaft angeordnet sind. Doch auch ohne ausufernde Theorie: Fast **unendliches Sustain**, wie einigen Wundergitarren angedichtet, ist allein schon aufgrund der Strahlungsdämpfung (die man umgangssprachlich als "Luftreibung" bezeichnen könnte) unmöglich.

\* Während  $T_{30}$  nimmt der Pegel um 30 dB ab [Fleischer 2000].



**Abb. 7.63:** Durch Strahlungsdämpfung (= Luftdämpfung) hervorgerufene Abklingzeit  $T_{30}$  für Gitarrensaiten (Hybrid, 9/46). Das rechte Bild zeigt die gemessene Abklingzeit einer auf einem Steintisch eingespannten Stahlsaiten ( $\varnothing = 0.7$  mm), sowie die hierzu berechnete Strahlungsdämpfung. Nur das tieffrequente Abklingverhalten ist hiermit näherungsweise erklärbar.

Die Strahlungsdämpfung kann das bei Messungen (re. Bild) gefundene Abklingverhalten nur im tiefen und mittleren Frequenzbereich erklären, und da auch nur, wenn die Auflagerdämpfung sehr gering ist. Im Bereich höherer Frequenzen wirkt sich zusätzlich ein im Innern der Saite stattfindender Verlustmechanismus aus, der im nächsten Abschnitt diskutiert wird.

### 7.7.2 Innere Dämpfung

Beim Schwingen verändert die Saite ihre Form, d.h. ihre Krümmung und Länge, und hierfür ist Energie erforderlich. Überwiegend **Blindenergie**, die als potentielle Energie in der federnden Saite vorübergehend gespeichert wird, aber auch **Wirkenergie**, die die Saite minimal erwärmt. Die Wirkenergie ist für den Schwingungsvorgang verloren, weswegen neben dem Begriff *Dämpfungsmechanismen* auch von *Verlustmechanismen* gesprochen wird. Und da diese Verluste in der Saite stattfinden, heißen sie auch **innere Verluste**. Die Mechanik definiert Verlustbeiwerte als *imaginären* Teil der komplexen Federimpedanz (bzw. -admittanz), ganz im Gegensatz zur Elektrotechnik, die z.B. einer Induktivität einen *reellen* Verlustwiderstand zuweist. Beide Wege führen zum Ziel, denn in beiden Fällen ist Orthogonalität gewährleistet.

In Maschinenakustik und Werkstofftechnik beschreibt man innere Verluste üblicherweise mit dem **Verlustfaktor**  $d$ , der Imaginärteil  $E_2$  und Realteil  $E_1$  des komplexen Elastizitätsmoduls  $\underline{E}$  miteinander verbindet:  $\underline{E} = E_1 + j \cdot E_2$ ,  $d = E_2 / E_1$ . Jedoch ist es sehr schwierig, belastbare Aussagen über  $d$  zu finden. Dies mag daran liegen, dass die Aufteilung von  $\underline{E}$  in nur zwei Komponenten eben nur ein sehr einfaches Modell darstellt, aber auch daran, dass z.B. Stahl in unterschiedlichen Arten vorkommt, die nicht alle mit demselben Verlustfaktor gekennzeichnet werden können. Deshalb ist der Verlustfaktor und das darauf aufbauende Dämpfungsmodell nur als erste Näherung brauchbar. Fleischer [2000] setzt  $d = 0.001$ <sup>§</sup> an, mit dem zur Vorsicht gemahnenden Hinweis "tentatively estimated", und verringert diesen Wert einige Jahre später auf 0.0004 [Fleischer 2006]. Lieber\* spezifiziert  $d = 0.00017$ , Kollmann<sup>♥</sup>  $d = 0.0001$ ,

<sup>§</sup> Bei Fleischer heißt der Verlustfaktor  $\eta$ , wie in der älteren Literatur üblich.

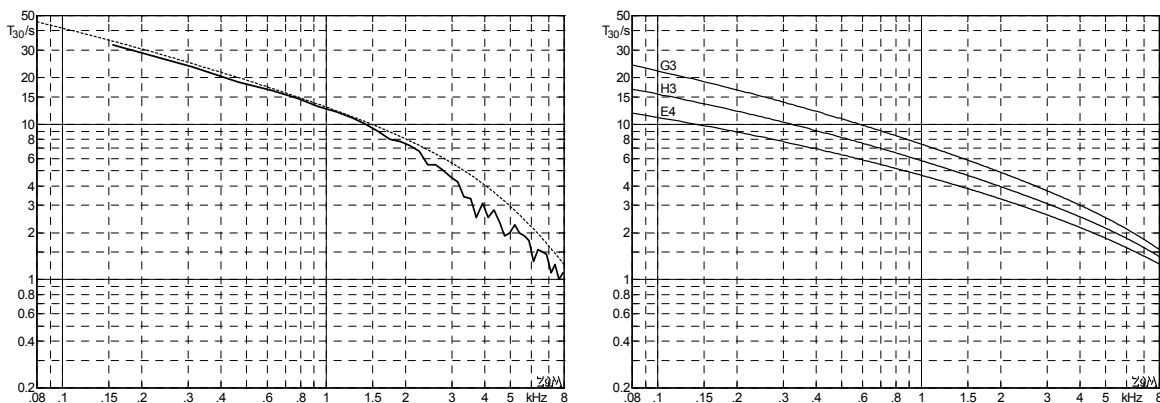
\* Lieber, E.: Vibration of stretched strings, acta acustica 1996 Suppl. Vol. 82, p.187.

♥ Kollmann F. G.: Maschinenakustik, Springer 1993.

Cremer/Heckl [11] geben  $0.2 - 3 \cdot 10^{-4}$  an. Cuesta/Valette\* ergänzen die o.a. Formel des Abklingkoeffizienten um zwei weitere Terme und berücksichtigen damit auch Versetzungsvorgänge im kristallinen Gefüge sowie Wärmeleitung (Dehnung kühlt, Kompression erwärmt):

$$D_1 = d; \quad D_3 = \frac{\pi^3 \cdot E \cdot \rho \cdot D^2 \cdot d}{4 \cdot \sigma^2}; \quad \delta(f) = D_0 + D_{1/2} \cdot \sqrt{f} + D_1 + D_3 \cdot f^3$$

Hier steht  $E$  für den Elastizitätsmodul und  $\sigma$  für die Normalspannung des Saite. Setzt man in diesen Gleichungen für den Verlustfaktor  $d = 0.7 \cdot 10^{-4}$ , ergibt sich die in **Abb. 7.64** links dargestellte Kurve. Gemessen wurden die Teilschwingungs-Abklingzeiten  $T_{30}$  eines auf einen schweren Steintisch in zwei Stützlager gespannten Stahldrahts ( $\varnothing = 0.7$  mm).



**Abb. 7.64:** Links: Vergleich Messung vs. Modellrechnung. Rechts: Orientierungslinien (10/13/16 plain).

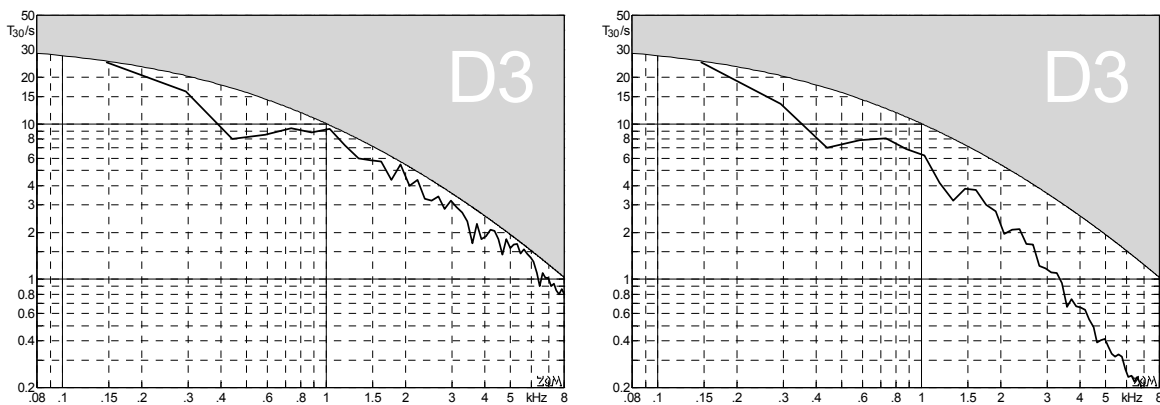
Die mit dem Modell berechneten Abklingzeiten dürfen durchaus *größer* sein als die gemessenen, denn neben Strahlungsdämpfung und innerer Dämpfung verkürzen weitere Dämpfungsmechanismen die Abklingzeit (Kap. 7.7.3). Es liegt jenseits der Zielsetzung dieser Arbeit, die einzelnen Komponenten der Schwingungsdämpfung auf werkstoffspezifische Ursachen zurückzuführen. Die Materie ist komplex, wie schon aus berufenerem Munde verlautete: *Die physikalischen Vorgänge, die die innere Dämpfung von Metallen bewirken, sind sehr verwickelt und auch noch nicht ganz erforscht. Hinzu kommt noch, dass es gar nicht leicht ist, die oft sehr geringen Verlustfaktoren zu messen, und dass daher manche in der Literatur angegebenen Werte nicht die Verluste im untersuchten Material, sondern in der Messapparatur oder durch Schallabstrahlung wiedergeben [11].* Im Folgenden werden deshalb sehr pragmatisch lediglich **Orientierungslinien** angegeben (Abb. 7.64 rechts), anhand derer die an Gitarren gemessenen Abklingzeiten eingeordnet und bewertet werden können. Als Arbeitshypothese wird angenommen, dass das in den Orientierungslinien angegebene Abklingverhalten überwiegend von Strahlungsdämpfung und innerer Dämpfung bestimmt wird – verbunden mit dem Angebot, diese Kurven weiter nach oben zu schieben, wenn ergänzende Erkenntnisse vorliegen. Für die **Diskantsaiten** (G-H-E<sub>4</sub>) sind diese Orientierungslinien eine gut brauchbare Arbeitsgrundlage, bei den umsponnenen **Basssaiten** (E<sub>2</sub>-A-D) sind jedoch größere Diskrepanzen zu erwarten, weil zur Berechnung der inneren Verluste kein massiver Stahlzylinder angenommen werden darf. Stattdessen sind drei Dämpfungsmechanismen zu berücksichtigen: Dämpfung im Kerndraht (Stahl), Dämpfung in der Umspinnung (Nickel oder Stahl), und Fugendämpfung an den Kontaktflächen. Zeitvariant – natürlich.

\* Cuesta C., Valette C.: Evolution temporelle der la vibration des chordes der clavecin, *Acustica* Vol. 66, 1988.

### 7.7.3 Wicklungsdämpfung

Wenn man sich Gedanken zur inneren Dämpfung einer Saite macht, muss man auch deren Aufbau berücksichtigen. Massivsaiten (häufig E4, H3, G3) bestehen immer aus Federstahldraht, die Basssaiten (E2, A2, D3) sind hingegen umwickelt (umsponnen). Die G-Saite kann massiv (plain) sein, oder umwickelt (wound). Streng genommen bezeichnet der Begriff "innere Dämpfung" nur die Dissipationsverluste *im Metall*. Innerhalb der umsponnenen Saite liegen aber auch die Berührungsflächen Kerndraht/Umspinnungsdraht, und auch hier (sowie zwischen den Windungen der Umspinnung) entsteht **Reibung**, also Dämpfung. Messungen des Abklingverhaltens neuer Saiten ergaben, dass die Teilton-Abklingzeiten der *massiven* Saiten nahe bei den Modellwerten lagen, dass aber die *umsponnenen* Saiten nicht mit der in Kap. 7.7.2 angegebenen Formel beschrieben werden können. Setzt man wie bei Massivsaiten den Außendurchmesser an, ergibt die Berechnung hochfrequent viel zu kurze Abklingzeiten, nimmt man einen verringerten "effektiven" Durchmesser, ist das Ergebnis willkürlich.

Dass es bei umsponnenen Saiten gar keine einfache Formel geben kann, zeigt der folgende Versuch: Auf einer USA-Stratocaster wurde die fabrikneuen D-Saiten zweier verschiedener Hersteller vermessen (**Abb. 7.65**). Obwohl beide Saiten nacheinander auf derselben Gitarre und in derselben Sattelkerbe analysiert wurden, differieren die Abklingzeiten ganz wesentlich, was nur damit erklärt werden kann, dass ihre Wicklungen gravierende Unterschiede aufweisen. Es liegt weit jenseits der Ziele dieser Arbeit, die werkstoff- und aufbauspezifischen Gründe für diese Unterschiede zu erforschen. Stattdessen werden in den folgenden Diagrammen empirisch gefundene **Bestcase-Messwerte** angegeben, die Orientierung und Bewertung der Ergebnisse erleichtern. Der größte Teil der gemessenen Abklingzeiten war kürzer als die angegebenen Orientierungswerte, in Einzelfällen wurden sie aber auch leicht überschritten.



**Abb. 7.65:** Teilton-Abklingzeiten, Stratocaster; Vergleich zweier D-Saiten (je 0.026", umsponnen, fabrikneu).

In **Abb. 7.66** sind für alle 6 Saiten eines 10/46-Satzes (10, 13, 17, 26, 36, 46) die Teilton-Abklingzeiten der leeren Saiten angegeben. Wie in Kap. 7.7.4.1 noch zu erläutern sein wird, ist es zweckmäßig, die Schwingungsdämpfung aus der energetischen Summe der griffbrettnormalen und der griffbrettparallelen Schwingung abzuleiten – die Kurven aus Abb. 7.66 wurden auf diese Art ermittelt. Ferner wurden die selektiven Minima entfernt, deren Ursache bekannt ist – auf sie wird im Folgenden ausführlich eingegangen. Ursachen der in Abb. 7.66 dargestellten globalen Abklingvorgänge sind bei den massiven Saiten im Wesentlichen Strahlungsdämpfung und innere Dämpfung, bei den umsponnenen Saiten zusätzlich Wicklungsdämpfung. Steg-, Hals und Korpusdämpfung äußern sich in kleinen, frequenzselektiven Zacken – ihnen ist ein eigener Abschnitt gewidmet.