

Genauere Betrachtungen zeigen, dass es sehr schwierig ist, die in der Tonabnehmerspule induzierte Spannung zu berechnen. Die Saite ändert nicht nur ihre Position in Raum, sie verformt (verbiegt) sich auch, während sie schwingt. Zur Berechnung der Flussänderung müsste also eine dreidimensionale Feldberechnung erfolgen, unter Beachtung des nichtlinearen B/H -Zusammenhanges in Magnet und Saite. Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass nicht jede Spulenwindung vom selben Magnetfluss durchdrungen wird: Das von der Saite erzeugte Feld divergiert, saitennähere Windungen erfahren eine stärkere Durchflutung als weiter entfernte. Mit Beschränkungen und Näherungen erreicht man trotz dieser Erschwernisse eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Theorie und Messpraxis.

Bei der Anwendung des **Induktionsgesetzes** interessieren vor allem zwei Fragen: Welche Größe hat die induzierte Spannung, und welche Kurvenform entsteht? Da die Saitenbewegungen nichtlinear auf die Flussänderungen abgebildet werden, führen sinusförmige Schwingungen nicht zu sinusförmigen Spannungen. Kapitel 5.8 befasst sich ausführlicher mit dem Tonabnehmer-Klirrfaktor, hier soll nur das linearisierte Kleinsignalverhalten untersucht werden. Die Flussänderung wird hierzu monofrequent und sinusförmig angenommen, und durch die Frequenz f und den Effektivwert der Flussdichte B beschrieben. Das zeitliche Differential vereinfacht sich dabei zu einem Produkt:

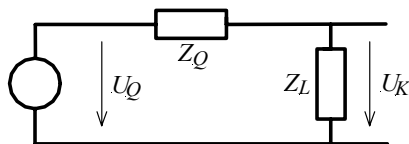
$$u = 2\pi f \cdot N \cdot B \cdot S$$

Induktionsgesetz für sinusförmige Flussdichte

Hierbei ist N die Windungszahl, B der Effektivwert der Flussdichte, und S die Spulenfläche; u ist der Effektivwert der induzierten Spannung. Da alle Windungen einer Wicklung gleichsinnig aufeinander gewickelt sind, addieren sich die in jeder einzelnen Windung induzierten Spannungen zur gesamten Spulenspannung (typisch einige 100 mV, maximal ca. 5 V).

4.10.2 Selbstinduktion, Induktivität

Die in der Tonabnehmerspule induzierte Spannung ist als **Quellenspannung** zu verstehen, nicht als Klemmenspannung. Sie entsteht sozusagen im Inneren des Tonabnehmers, gerade so, als wäre dort eine Wechselspannungsquelle eingebaut. Nur ohne **Belastung**, d.h. im **Leerlauf**, entspricht die an den Klemmen (Tonabnehmerkabel) gemessene Spannung der Quellenspannung. Bei Belastung "bricht die Klemmenspannung zusammen", d.h. sie wird kleiner als die Quellenspannung. Dieses Verhalten tritt auch beim Lichtnetz auf: Wenn man den 2-kW-Heizofen einschaltet, wird das Licht dunkler. Grund für die Spannungsabnahme ist der Spannungsabfall am Innenwiderstand, der zu einer **Spannungsteilung** führt (**Abb. 4.35**):



$$U_K = U_Q \cdot Z_L / (Z_Q + Z_L)$$

Abb. 4.35: Spannungsteilung zwischen Lastimpedanz Z_L und Quellimpedanz Z_Q .

Im allgemeinen Fall sind Last- und Quellwiderstand frequenzabhängig, weswegen von Lastimpedanz Z_L und Quellimpedanz Z_Q gesprochen wird. Die induzierte Spannung ist U_Q , an den Anschlussklemmen entsteht U_K . Nur bei unendlich großer Lastimpedanz (Leerlauf) sind beide Spannungen identisch.

In **Abb. 4.35** ist eine Schaltungsmasche gezeichnet, in der Strom fließen kann. Die hierfür benötigte **Energie** wird der als Kreis gezeichneten idealen Spannungsquelle entnommen. Natürlich kann Energie nicht aus dem Nichts entstehen. Wenn der Tonabnehmer Energie liefern soll, muss er mit Energie versorgt werden. Wird er auch: Energetisch betrachtet ist die Quelle der Tonabnehmer-Klemmenspannung die schwingende Saite. Ihre Schwingungsenergie wird zu einem kleinen Teil dadurch verringert, dass im Tonabnehmer (und angeschlossenen Widerständen) elektrische Energie in Wärme umgewandelt wird. Anders ausgedrückt: Die elektrischen Widerstände in **Abb. 4.35** wirken auf die Saite zurück und verändern deren Schwingung, so dass die Quellenspannung eigentlich lastabhängig ist. Da dieser Effekt aber nur gering ausgeprägt ist, wird er hier vernachlässigt; die Quellenspannung U_Q sei eingepreßt, sie entspricht der im vorhergehenden Kapitel definierten Induktionsspannung.

Die **Lastimpedanz** wird von der Wicklungskapazität (siehe Tonabnehmerparameter), von der Gitarrelektrik (Lautstärke- und Klangpotentiometer), und von Kabel und Gitarrenverstärker gebildet. Vereinfacht handelt es sich hierbei um eine Parallelschaltung von 300 – 1000 pF und 100 – 350 k Ω . Die **Quellimpedanz** wird, wiederum vereinfacht, von der Wicklung gebildet. Hierbei denkt man zuerst an ca. 1 km dünnen Kupfer-Lack-Draht, der einen Gleichstromwiderstand von ca. 5 – 15 k Ω aufweist. Bei Wechselstrom – und nur der fließt als Folge der induzierten Wechselspannung – ist aber ein weiterer Effekt zu berücksichtigen: Schon in Kap. 4.1 wurde darauf hingewiesen, dass jeder elektrische Strom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt. *Wechselstrom* erzeugt ein *Wechselfeld*, d.h. ein Feld mit wechselnder Polarität. Auch dieses Feld durchdringt die Tonabnehmerwicklung, und auch hiervon wird eine Spannung induziert. Da dieses Feld der Tonabnehmer (im Gegensatz zu dem von der Saite kommenden) *selbst* erzeugt, wird die hiervon gebildete Spannung **Selbstinduktions-Spannung** genannt. Die Selbstinduktions-Spannung überlagert sich gegenphasig zu der von der Saitenschwingung induzierten Spannung und schwächt diese (Lenzsche Regel). Es ist naheliegend, dass die Spannungsüberlagerung nicht gleichphasig sein kann, da sonst durch die vergrößerte Spannung der Strom zunehmen würde, was Spannungsanstieg zur Folge hätte, was Stromanstieg zur Folge hätte ... , das System würde instabil werden. Um die von der Selbstinduktion hervorgerufene Spannungsabnahme zu berücksichtigen, könnte man in **Abb. 4.35** eine zusätzliche, gesteuerte Spannungsquelle einzeichnen, deren Quellenspannung von dem in der Masche fließenden Strom abhängt. Üblich ist aber, stattdessen ein Bauteil einzuzichnen, dessen Spannungsabfall der Selbstinduktionsspannung entspricht. Als Schaltbild wird hierfür entweder ein schwarz ausgefülltes Rechteck verwendet, oder eine symbolische Nachbildung der Drahtwindungen (**Abb. 4.36**); das Bauteil ist ein **induktiver Zweipol (=Induktivität)**, das Formelzeichen für diese Induktivität ist L . Der Begriff *Induktivität* wird sowohl als Name für das Bauteil, als auch als Name der physikalischen Größe verwendet.

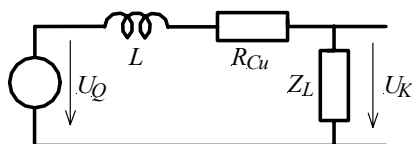


Abb. 4.36: Wicklungs-Ersatzschaltung mit Induktivität L und Kupferwiderstand R_{Cu} .

In einem Gedankenexperiment wollen wir einmal durch die in **Abb. 4.36** gezeichnete Schaltung einen Gleichstrom fließen lassen. Dieser kann zwar nicht durch Induktion als U_Q erzeugt werden, er könnte aber an den rechts gezeichneten Anschlussklemmen eingespeist werden. Als Folge dieses Gleichstroms würde ein zeitlich konstantes Magnetfeld entstehen,

dessen (zeitliches) Flussdifferential die Induktionsspannung ergibt. Das Differential einer Konstanten ist natürlich null – der Gleichspannungsabfall an einer idealen Induktivität muss folglich ebenfalls null sein. Fließt hingegen Wechselstrom, so entsteht eine Induktionsspannung, deren Größe von der Stromänderung abhängt:

$$u(t) = L \cdot di(t) / dt; \quad \underline{U} = j\omega L \cdot \underline{I} \quad \text{Zweipolgleichungen}$$

An einer vom Strom $i(t)$ durchflossenen Induktivität L entsteht ein Spannungsabfall $u(t)$, der proportional zu L und zur zeitlichen Stromänderung ist. Für sinusförmige Schwingungen ist die Darstellung als rotierende komplexe Zeiger zweckmäßig, hierbei wird aus dem zeitlichen Differential der Faktor $j\omega$. Die imaginäre Einheit j bewirkt eine Drehung (Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom) um 90° , $\omega = 2\pi f$ ist die Kreisfrequenz. Ableitung d/dt und Multiplikation mit $j\omega$ sind lineare Operationen, sie zerstören nicht die Proportionalität zwischen Strom und Spannung. Bei Gleichstrom wird der Proportionalitätskoeffizient zwischen U und I als **Widerstand** bezeichnet ($U = RI$), bei Wechselstrom spricht man stattdessen von **Impedanz**. Die Impedanz der Induktivität ist folglich $j\omega L$; für Gleichstrom ist sie null, mit steigender Frequenz wächst sie proportional zur Frequenz. Die Impedanz der Induktivität ist eine positiv imaginäre Größe (ganz exakt: nicht negativ), man könnte auch sagen: Der Widerstand einer Induktivität ist positiv imaginär.

Die **Einheit** der Induktivität ist das **Henry**: $1\text{H} = 1\text{Vs/A}$.

Der Buchstabe H darf nicht mit dem Formelzeichen H verwechselt werden, das für die magnetische Feldstärke steht! Die Größe der Induktivität L bestimmt sich aus der Geometrie der aufgewickelten Drähte. Beim Gitarrentonabnehmer sind typische Werte: $L = 2 \dots 10 \text{ H}$.

In jedem Buch über Magnetodynamik werden Formeln zur **Berechnung** einfacher Spulen-Induktivitäten aufgeführt. Bei der Ringspule und der langen Zylinderspule gelangt man damit zu einfachen Formeln, beim Magnettonabnehmer sind die Verhältnisse aber komplizierter: Das von der schwingenden Saite erzeugte Magnetfeld ist inhomogen, d.h. ortsabhängig. Somit wird jede Windung der Tonabnehmerwicklung von einem anderen Magnetfluss durchströmt, und eine Nachbildung wie in Abb. 4.35 mit *einer* Spannungsquelle und *einer* Induktivität ist zunächst nicht möglich. Dieser Effekt ist wesentlich, er kann nicht einfach ignoriert werden: Bei einem Stratocaster-Tonabnehmer unterscheiden sich die Magnetflüsse in der saitennahen und in der saitenfernen Windung ungefähr um den Faktor 10 (Kap. 5.4.3). Zur Berechnung der Größe der induzierten Spannung muss hier eine geeignete Mittelung erfolgen. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass das Magnetfeld durch ferromagnetische Materialien gebündelt (verstärkt) wird. Die in der Spule steckenden Alnico-Magnete sind ferromagnetisch, und fokussieren den Magnetfluss, woraus (im Vergleich zur magnetfreien Spule) eine größere Induktivität resultiert (siehe Kap. 4.10.3).

Da der magnetische Wechselfluss in Saitennähe am stärksten ist, empfiehlt es sich, für effiziente Wandlung ('laute Tonabnehmer') die Spulenwicklung möglichst nahe an die Saite zu bringen. Bei Fender-Tonabnehmern findet man Bauformen, bei denen die Magnete bündig mit der Außenseite des saitenzugewandten Flansches abschließen; sie sind 'laut'. Es gibt aber auch Tonabnehmer, dazu gehören insbesondere jene mit '*staggered Magnets*', deren Magnete bis zu 4 mm überstehen; sie geben (grob genähert) nur etwa halb so viel Spannung ab. Diese Faustformel setzt natürlich voraus, dass alle anderen Parameter gleich gehalten werden. Insbesondere bietet die Spulenform noch einen Freiheitsgrad: gleich hoch, oder konisch gewickelt.