

## 7.5 Reflexion und Absorption am Sattel

Steg- und Kopfsattel begrenzen als Saitenlager den schwingenden Teil der Gitarrensaite. Ihre Wirkung auf die Tonerzeugung kann in zwei Bereichen diskutiert werden: Bezüglich der Reflexion einer sich längs der Saite ausbreitenden Welle (zeitliche Betrachtung), und für den eingeschwungenen Zustand (spektrale Betrachtung) – in beiden Fällen jedoch nur näherungsweise, da die tatsächlichen Vorgänge beliebig kompliziert sind. Der Sattel ist die Trennstelle zwischen einem leichten, schwingfreudigen Medium (Saite), und einem schweren, nahezu unbewegten Korpus. Während im zweiten Kapitel hauptsächlich die Schwingungsvorgänge der Saite dargestellt wurden, folgt nun eine genauere Betrachtung der Saitenlager und ihrer Wirkung auf den Reflexionsvorgang.

Die technisch/mathematische Analyse des Reflexionsvorgangs zeigt, dass der Reflexionsgrad fast 100% beträgt – ganz im Gegensatz zu populärwissenschaftlichen Darstellungen, die nahezu Anpassung vermuten: *"Der größte Teil der Saitenschwingungen soll an den Korpus weitergeleitet werden. Wird selbiger nämlich mit ungehemmter Schwingungsenergie versorgt, entwickelt sich ein Maximum an Ton und Sustain [G&B 12/05]."* Diese Vermutung betrifft nicht etwa die Akustikgitarre, sondern E-Gitarren. Wenn aber tatsächlich der größte Teil der am Sattel ankommenden Schwingungsenergie an den Korpus weitergeleitet werden würde, d.h. absorbiert würde, könnte ja nur mehr der kleinere Teil reflektiert werden: Damit ist aber eine langdauernde Saitenschwingung (ein Maximum an Sustain) unmöglich. Dieser auf dem Energiesatz aufbauenden Argumentation wird gerne entgegengehalten, dass das Saitenlager ja "re-implizierend" sei. Will sagen: Die Energie, die in den Korpus hineingeht, kommt ja wieder zur Saite zurück. Das ist nun nicht komplett falsch, aber für einen Schwingungstechniker eine eher ungewohnte Wortwahl. Naheliegender ist da die Unterteilung in Wirkenergie und Blindenergie: Die Reaktanzen, also Massen und Federn, nehmen Blindenergie auf, die sie ohne Verluste (d.h. zu 100% ) wieder abgeben können: Um eine Feder zusammenzudrücken, wird Energie benötigt; sobald die Feder sich wieder entspannt, wird diese Energie wieder frei, die Feder wirkt als ein Speicher potentieller Energie. Alle Reibwiderstände nehmen hingegen Wirkenergie auf, die sofort irreversibel (unumkehrbar) in Wärme umgewandelt wird. Und selbst dann nicht mehr in Schwingungsenergie zurückzuwandeln wäre, wenn man die Gitarre erwärmen würde. Federn\* sind aber in der Realität immer mit Reibwiderständen in Kontakt, und deshalb bedeutet jede Materialverformung Verlust an Schwingungsenergie. Jeder Korpus, der sich verformt (populärwissenschaftlich: der "resoniert"), wandelt Schwingungsenergie in Wärme um – keine gute Basis für ein langes Sustain.

Wenn ein langes Nachschwingen einer angeschlagenen Saite gewünscht wird, darf eben nicht der größte Teil der Schwingungsenergie in den Korpus geleitet werden. Weder als Wirkenergie, die ja sofort in Wärmeenergie umgewandelt würde, noch als Blindenergie. Denn diese Blindenergie würde zwangsläufig zur Verformung federnder Elemente führen, und da diese niemals verlustlos sein können, zumindest teilweise zu Wirkenergie werden. Eine andere Frage ist, ob wirklich für alle Teiltöne einer Saitenschwingung möglichst langes Nachschwingen wünschenswert ist. Da ja nicht alle Gitarren gleich klingen sollen, müssen Unterschiede in den Teiltonspektren vorhanden sein, und das bedeutet sowohl gitarrenspezifische Teiltonamplituden, als auch gitarrenspezifische Abklingzeitkonstanten. Im Folgenden wird zunächst der Reflexionsvorgang beschrieben, danach erfolgt die Analyse des Teiltonabklingens.

---

\* Es ist sinnvoll, zwischen der idealen (verlustfreien) und der realen (verlustbehafteten) Feder zu unterscheiden: Nur die ideale Feder gibt 100% der gespeicherten Energie zurück, bei der realen Feder ist's weniger.

### 7.5.1 Reflexions- und Absorptionsparameter

Die beschreibenden Parameter von Wellen und deren Reflexion bzw. Absorption wurden schon in Kap. 1 und 2 erläutert; da aber vermutlich nicht jeder Leser diese Kapitel durcharbeiten möchte, erfolgt hier nochmals eine kurze Zusammenstellung.

Beim Anzupfen wird die Saite mit der **Kraft**  $F$  in Querrichtung ausgelenkt. Diese Anzupfkraft ist der Energielieferant für die nach dem Loslassen der Saite einsetzende Schwingung. Einheit der Kraft ist das Newton (N), im mks-System:  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ . Als Bewegungsgröße der Schwingung wird (neben Auslenkung und Beschleunigung) die Geschwindigkeit verwendet, die – um Verwechslungen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit zu vermeiden – **Schnelle**  $v$  genannt wird. Das Produkt aus Kraft und Schnelle ist die **Leistung**  $P$ , in der Einheit Watt (W) angegeben;  $1 \text{ W} = 1 \text{ Nm}/\text{s}$ . Durch zeitliche Integration erhält man aus der Leistung die **Energie**  $E$ , in der Einheit  $\text{Ws} = \text{Nm}$  angegeben. Die typische Anregungsenergie einer Saite liegt bei ein paar Milliwattsekunden (mWs). Beim Buchstaben m ist Vorsicht geboten, da sowohl die Längeneinheit *Meter* als auch der Vorsatz *Milli* (Tausendstel) durch m abgekürzt werden.

Der Quotient aus Kraft und Schnelle einer sich ausbreitenden Welle ist der **Wellenwiderstand**  $Z_W = F / v$ . Hiermit ist aber nicht der Quotient der auf ein Saitenstückchen einwirkenden Kraft bzw. die Schnelle dieses Saitenstückchens gemeint, denn diese beiden Größen können durch Überlagerung mehrerer Wellen entstanden sein. Z.B. ist in einem Schwingungsknoten die Schnelle immer null – diesem Punkt darf aber nicht der Wellenwiderstand unendlich zugeordnet werden. Vielmehr ist der bei stehenden Wellen erzeugte Knoten ein Resultat zweier gegeneinander laufender Wellen, und nur bei diesen ist der Wellenwiderstand definiert. Bei Stahlsaiten beträgt der Wellenwiderstand ca.  $1 \text{ Ns}/\text{m}$ , genauere Daten nennt der Anhang.

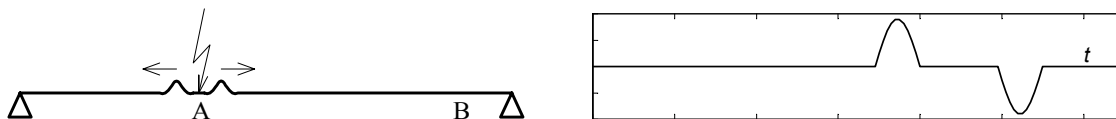
Wenn eine sich ausbreitende Welle auf ein Hindernis trifft, wird ein Teil der Wellenleistung reflektiert. Ein Hindernis ist eine Stelle, deren Wellenwiderstand sich von dem der Saite unterscheidet, also insbesondere das Saitenlager (der Sattel). Der **Reflexionsgrad** kennzeichnet den Teil der Wellenleistung, der reflektiert wird; der nicht reflektierte Teil wird absorbiert. Neben dem Reflexionsgrad gibt es auch noch den **Reflexionsfaktor**, der für Kraft und Schnelle gebraucht wird. Wenn z.B. 25% der Wellenleistung reflektiert wird, bedeutet das, dass die Kraft der rücklaufenden (reflektierten) Welle 50% der Kraft der hinlaufenden Welle ist. Damit ist auch die Schnelle der rücklaufenden Welle 50% der Schnelle der hinlaufenden Welle, weil beide ja über den Wellenwiderstand verknüpft sind (s.o.). Daraus folgt: Der Reflexionsgrad ist das Quadrat des Reflexionsfaktors. **Reflexionsgrad** und **Absorptionsgrad** ergänzen sich zu eins: zu 25% Reflexionsgrad gehören 75% Absorptionsgrad.

Die Formelzeichen für Reflexionsfaktor und -grad werden nicht einheitlich gehandhabt, oft wird in beiden Fällen  $r$  geschrieben. Um Missverständnisse zu vermeiden, wird hier der Reflexionsfaktor mit  $r$ , und der Reflexionsgrad mit  $r^2$  bezeichnet. Alternativ ist auch vom Energiereflexionsgrad  $r_E$  bzw. vom Leistungsreflexionsgrad  $r_P$  die Rede; beide sind gleich groß.

Aus Gründen der Energieerhaltung kann der Reflexionsgrad nicht größer als eins werden. Bei Gitarren sind Werte knapp unter eins (z.B. 99%) typisch. In einigen Frequenzbereichen kann es jedoch zu hohen Absorptionen kommen – die Schwingungsenergie wird dann effizient ins Lager eingekoppelt und entweder direkt in Wärme umgewandelt, oder (teilweise) als Schall abgestrahlt.

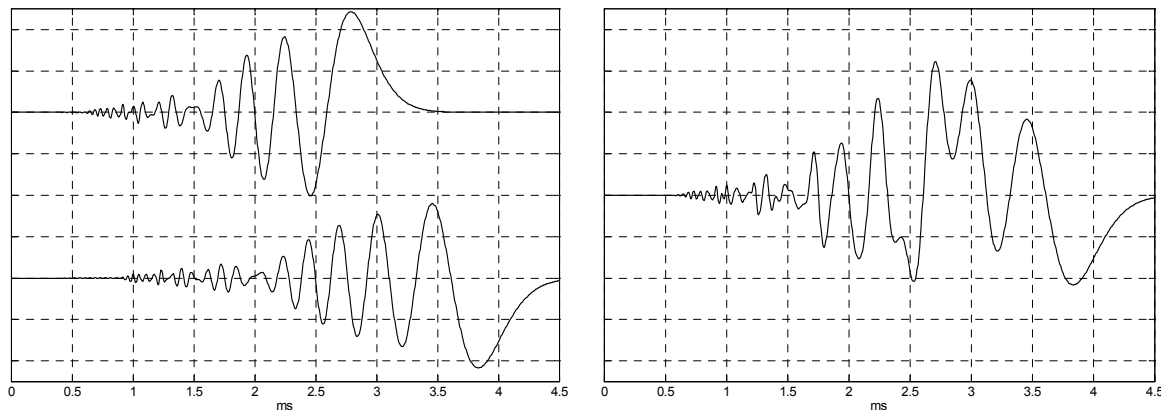
### 7.5.2 Reflexionsanalyse

Beim einfachen Saitenmodell (Kap. 1) breiten sich nach dem Anzupfen zwei Transversalwellen entlang der Saite aus (**Abb. 7.15**). Das anregende Signal sei ein kurzer Impuls (bei A), der (idealisiert) an beiden Lagern gegenphasig reflektiert wird; für den Beobachtungspunkt (B) ist hierzu die idealisierte Zeitfunktion gezeichnet. Gegenüber dieser einfachen Modellbetrachtung zeigen sich in der Realität große Abweichungen: Die Ausbreitung der Transversalwellen ist dispersiv (Kap. 1.3), und an den Lagern erfolgt sowohl ein Energieverlust, als auch ein Energieaustausch zwischen Transversal- und Dehnwellen. Dieser Energieaustausch ist Gegenstand der folgenden Messungen, mit dem Ziel, ein genaueres Reflexionsmodell zu entwickeln.



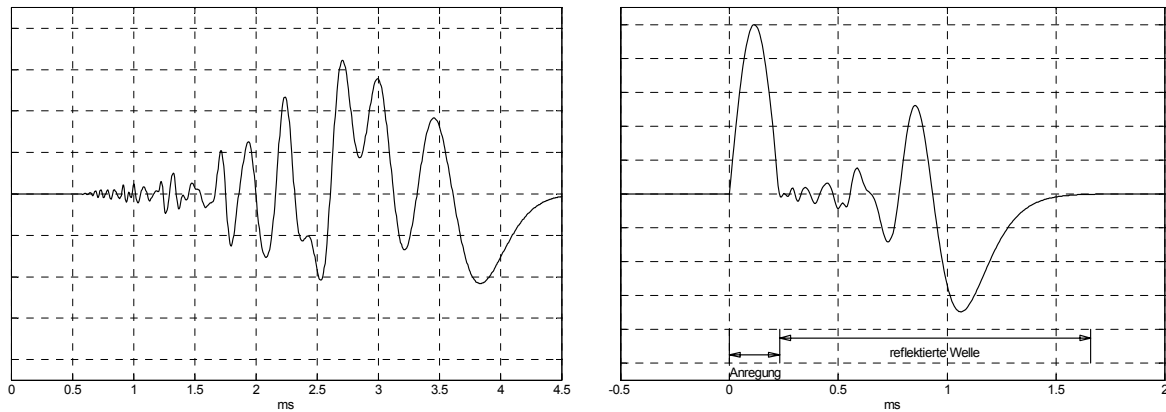
**Abb. 7.15:** Einfaches Transversalwellen-Modell: Impulsanregung bei A, Zeitfunktion bei B.

Wäre die in **Abb. 7.15** bei B entstehende Zeitfunktion so einfach wie im Bild dargestellt, man könnte leicht zwischen hin- und rücklaufender Welle unterscheiden und einen Reflexionsfaktor ermitteln. Wegen der Frequenzabhängigkeit der Gruppenlaufzeit (**Dispersion**) wird aber jeder kurze Impuls schon nach wenigen Zentimetern zu einem **Chirp** verbreitert, sodass sich hin- und rücklaufende Welle vermischen (**Abb. 7.16**).



**Abb. 7.16:** Hin- und rücklaufende Welle am Punkt B mit Dispersion (links); Überlagerung bei B (rechts).

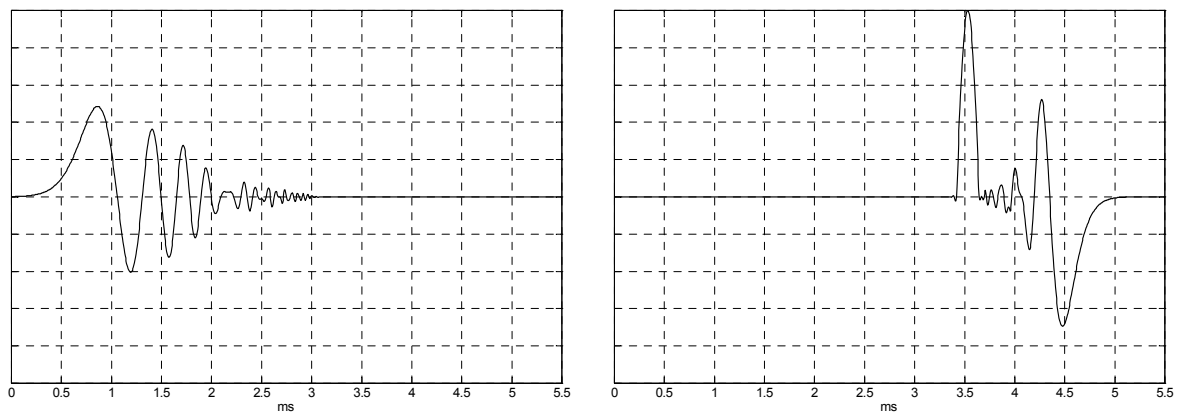
Bei nicht allzu hohen Genauigkeits-Anforderungen ist es aber möglich, eine der Wellen zu entfalten, und damit letztlich doch eine zeitliche Trennung zu erreichen. Die Saite wird hierzu als lineares, zeitinvariantes System interpretiert (Kap.1 und 2), dessen Ausgangssignal die Faltung von Eingangssignal und Impulsantwort ist. Linear ist die Saite bei kleinen Auslenkungen in guter Näherung, Zeitinvarianz ist wegen unvermeidlicher Temperaturänderungen nur über kurze Zeit erreichbar. Die **Entfaltung** liefert als die zur Faltung inverse Operation aus Ausgangssignal und Impulsantwort das Eingangssignal. Eingangssignal könnte (bei A) ein kurzer Impuls sein, Ausgangssignal ist das bei B ermittelte Messergebnis (z.B. die Schnelle), die Impulsantwort ist aus den Saitendaten berechenbar (Kap. 1). Aber so elegant dieser Ansatz in der Theorie auch sein mag: In der Praxis erkennt man schnell neue Probleme: Die von einem kurzen Impuls gelieferte Signalenergie ist gering, sodass am Messpunkt viele Störungen und wenig Nutzsignal ankommen; die Entfaltung ist dementsprechend gestört.



**Abb. 7.17:** Summensignal bei B (links), Entfaltung (rechts). Beide Kurven sind berechnet, nicht gemessen.

**Abb. 7.17** zeigt, wie's in der **Theorie** funktionieren würde: Durch Entfaltung des bei B gemessenen Ausgangssignals (linkes Bild) mit der von A nach B abbildenden inversen Impulsantwort wird der (positive) Anregungsimpuls zurückgewonnen, zzgl. der Reflexion, die nicht vollständig entfaltet ist, weil sie ja über eine größere Strecke gelaufen ist. Nach Trennung der Signale könnte man aber auch die Reflexion bis zum Anregungsimpuls zurückentfalten.

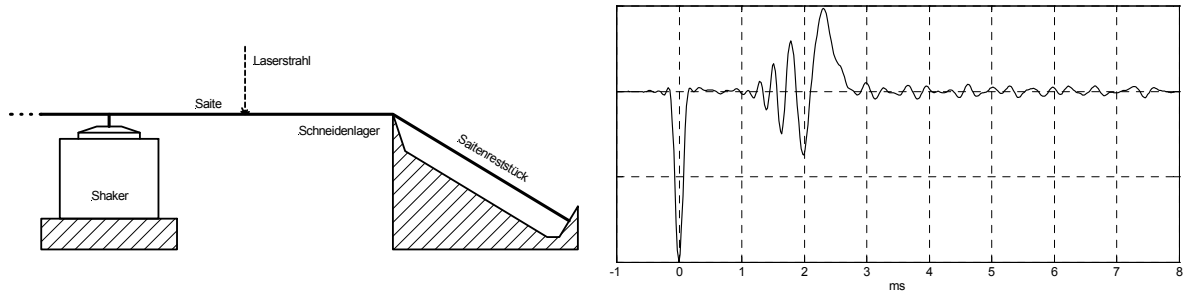
Anregung mit einem kurzen Impuls ist aber, wie schon erwähnt, problematisch: Die nutzbare Signaldynamik ist gering. Bessere Ergebnisse erhält man, wenn bei A mit einem speziellen Chirp angeregt wird, dessen Abbildung auf B einen kurzen Impuls ergibt. Das Anregungssignal muss also genau so beschaffen sein, dass seine dispersive Abbildung auf B einen kurzen Impuls ergibt, der von der nachfolgenden Reflexion leicht getrennt werden kann (**Abb. 7.18**).



**Abb. 7.18:** Anregungs-Chirp bei A (linkes Bild), Ausgangssignal bei B (rechtes Bild); Modellrechnung.

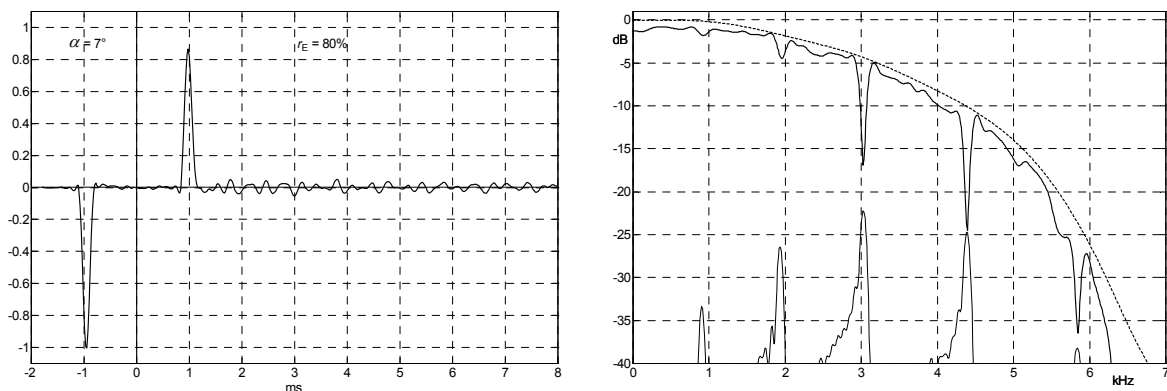
Im Gegensatz zu den bisher dargestellten Modellrechnungen erfolgen nun **Messungen** an einem Versuchsaufbau. Eine 13 m lange Saite (Stahldraht 0,7 mm) wurde auf 6 Hz Grundfrequenz gespannt und von einem Shaker (B&K 4810) transversal mit einem Chirp ausgelenkt. Da die Shaker-Übertragungsfunktion frequenzabhängig ist, musste der in Abb. 7.18 dargestellte Chirp nochmals gefiltert werden, sodass die hinlaufende Welle in 3 m Distanz einen halbsinusförmigen Impuls ergab. Dies ist nur approximativ möglich, weil ein zeitbegrenzter Impuls ein unendlich breites Spektrum erfordern würde; Bandbegrenzung auf technisch mögliche Bereiche führt aber zur Impulsverbreiterung, speziell: zu Nebenschwingungen. Nach längerer Optimierungsarbeit war aber ein brauchbarer Kompromiss gefunden, der verlässliche Messergebnisse erbrachte.

In **Abb. 7.19** ist der Versuchsaufbau dargestellt: Eine 13,3 m lange Saite läuft unter einem einstellbaren Knickwinkel über ein Schneidenlager zu einer ca. 10 cm entfernten Verankerung. Mit einem Laser-Vibrometer wird in ca. 20 cm Distanz vom Schneidenlager die Querschnelle der Saite gemessen, die von einem B&K-Shaker (4810) mit einem Chirp zu Querschwingungen angeregt wird. Der Chirp ist so berechnet, dass die im Bild nach rechts laufende Querwelle am Laser-Messpunkt gerade einen halbsinusförmigen Schnelle-Impuls erzeugt.



**Abb. 7.19:** Versuchsaufbau zur Reflexionsmessung (nicht maßstäblich). Die Länge des Saitenreststückes beträgt ca. 10 cm, die Distanz zwischen Schneidenlager und Laser-Messpunkt ist ca. 20 cm, die Distanz zwischen Laser-Messpunkt und Shaker ca. 3 m. Die insgesamt 13,3 m lange Saite ( $\varnothing$  0,7 mm) war auf ca. 6 Hz Grundfrequenz gestimmt. Im rechten Bild ist die Zeitfunktion der mit dem Laser-Vibrometer gemessenen Schnelle dargestellt.

Im Bild ist die Zeitachse so skaliert, dass der (negative) Anregungsimpuls um den Zeitnullpunkt wirkt, begleitet von einigen kleinen Nebenschwingungen. Ab etwa 1 ms wird die dispersiv verbreiterte Reflexion sichtbar, ab ca. 3 ms sind Schwingungen zu erkennen, die vom Saitenreststück verursacht werden. Nur bei der biegesteifigkeitsfreien (biegeweichen) Saite wären die beiden Saitenteile durch ein starres Lager völlig entkoppelt, bei der biegesteifen Saite tritt auch am starren Stützlager eine Schwingungskopplung auf (Kap. 2.7): Das Stützlager kann zwar Querkräfte aufnehmen, aber nicht die in der Biegewelle ebenfalls auftretenden Biegemomente; sie werden über das Stützlager hinweg auf den jenseitigen Saitenteil gekoppelt. Der Länge des Saitenreststückes (98 mm) entsprechen 920 Hz Grundfrequenz, und bei dieser Frequenz und "Vielfachen" davon wird der Reflexion Energie entzogen. Der Begriff "Vielfache" ist nicht ganz wörtlich zu nehmen, die Eigenfrequenzen sind dispersiv gespreizt. In **Abb. 7.20** sind die entfalteten hin- und rücklaufenden Impulse zu sehen, sowie die zu beiden Funktionen gehörenden Spektren. Neben vielen kleinen Welligkeiten, die Analyseartefakte darstellen, können im **Reflexionsspektrum** vor allem zwei Besonderheiten deutlich erkannt werden: Die unerwartet große Reflexionsdämpfung (durchschnittlich ca. 1 dB), und selektive Reflexionsminima bei den Eigenfrequenzen des Saitenreststückes.



**Abb. 7.20:** Entfaltetes Reflektogramm (links); Anregungsspektrum (----), Reflexionsspektrum (—). Im rechten Bild ist dünn das Schnellespektrum des schwingenden Saitenreststückes eingezeichnet.

Dass über das Schneidenlager hinweg eine Biegekopplung stattfindet und der Saite selektiv Schwingungsenergie entzogen wird, haben schon frühere Versuche gezeigt (Kap. 2). Dass die Energie der vom Lager reflektierten Welle aber ca. 20% kleiner ist als die der zum Lager hinlaufenden Welle, das überrascht. Würde die Welle tatsächlich bei jeder Reflexion 20% Energie verlieren, eine 500-Hz-Schwingung wäre schon nach 0,1 s um 48 dB gedämpft – das widerspricht jeglicher Erfahrung. Die spektrale Verteilung der reflektierten Energie darf mit Recht infrage gestellt werden, da jedes Kurzzeitspektrum Artefakte aufweist. Die Zeitfunktion der vom Laser gemessenen Schnelle (Abb. 7.19) ist diesbezüglich jedoch wesentlich verlässlicher. Wenn der daraus berechnete **Energie-Reflexionsgrad** so deutlich unter dem erwarteten Wert (von vielleicht 98%) bleibt, gibt es zwei Fehlermöglichkeiten: Die Energie des Anregungsimpulses wurde zu groß gemessen, oder die der Reflexion zu klein. Ein Fehler bei der Anregungsenergie kann weitgehend ausgeschlossen werden: Die Summation des quadrierten Signals erfolgt über nur 1 ms, da kann noch keine Reflexion vorliegen. Anders bei der reflektierten Energie: Theoretisch wäre es möglich, dass die Anregung nicht auf den im Bild dargestellten Impuls konzentriert ist, sondern einen zusätzlichen, zur späteren Reflexion gegenphasigen Anteil enthält. Diese sehr unwahrscheinliche Konstellation konnte durch Modifikation der Parameter aber ausgeschlossen werden: Alle Messungen ergaben einen aus der Zeitfunktion (Abb. 7.19) berechneten Energie-Reflexionsgrad von 80%.

Wo die scheinbar verlorene Energie hingehet, zeigt sich bei Veränderung des **Saitenknickwinkels**. Bei den ersten Messungen betrug dieser Winkel, der die Richtungsänderung der Saite am Schneidenlager beschreibt,  $\alpha = 7^\circ$ . In einer zweiten Versuchsserie wurde er auf  $\alpha = 23^\circ$  vergrößert, was eine weitere Verringerung des Energie-Reflexionsgrads auf 68% zur Folge hatte. Gleichzeitig tauchte aber bei diesen Messungen 5 ms nach der ersten Reflexion eine zweite, kleinere auf, und die liefert den Schlüssel zum Verständnis. Die Gesamtlänge der zur Messung verwendeten Saite beträgt 13,3 m, mit  $v_D = 5200$  m/s braucht eine **Dehnwelle** also 5,1 ms, um einmal dispersionsfrei (!) hin- und zurück zu laufen. Die am Schneidenlager ankommende Transversalwelle wird offensichtlich zu einem nicht vernachlässigbaren Teil in eine Dehnwelle umgewandelt, die schnell und dispersionsfrei zum anderen Saitenende läuft, um dort teils als Dehnwelle, teils als Transversalwelle reflektiert zu werden. Nur die reflektierte Dehnwelle ist für die Messung von Bedeutung, sie kommt nach 5,1 ms zurück und löst am Scheidenlager eine sekundäre Transversalwelle aus. Da für den Laserstrahl nur Querbewegungen erfassbar sind, bleibt die Dehnwelle unsichtbar. Dass tatsächlich eine Dehnwelle entsteht, lässt sich leicht mit einem Kraftsensor nachweisen, der am anderen Saitenende die Längskraft misst: Tatsächlich erhält man genau zwischen den beiden in Abb. 7.21 dargestellten Reflexionen einen Längskraftimpuls (hier nicht eingezeichnet, siehe Abb. 7.29).

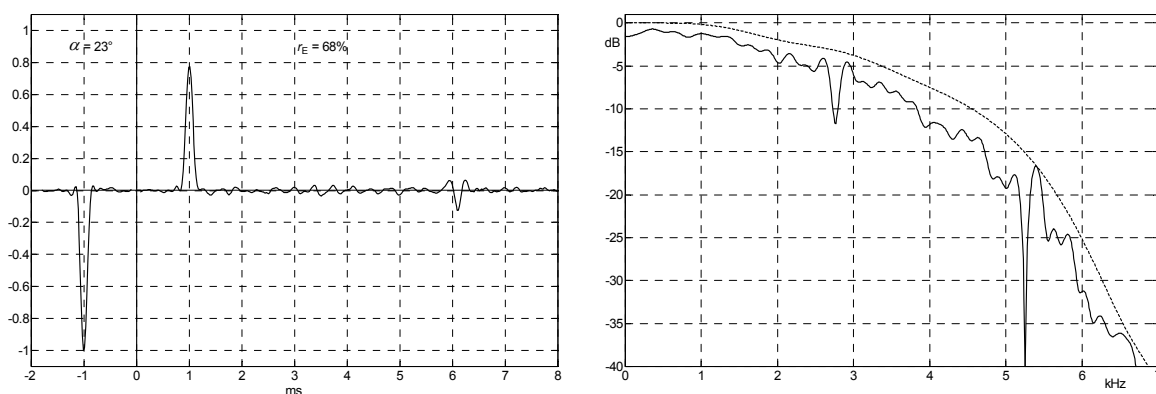
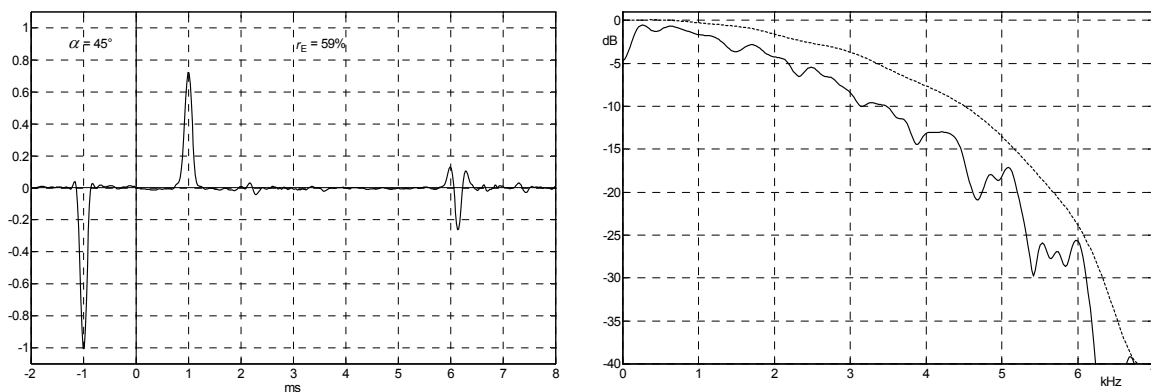


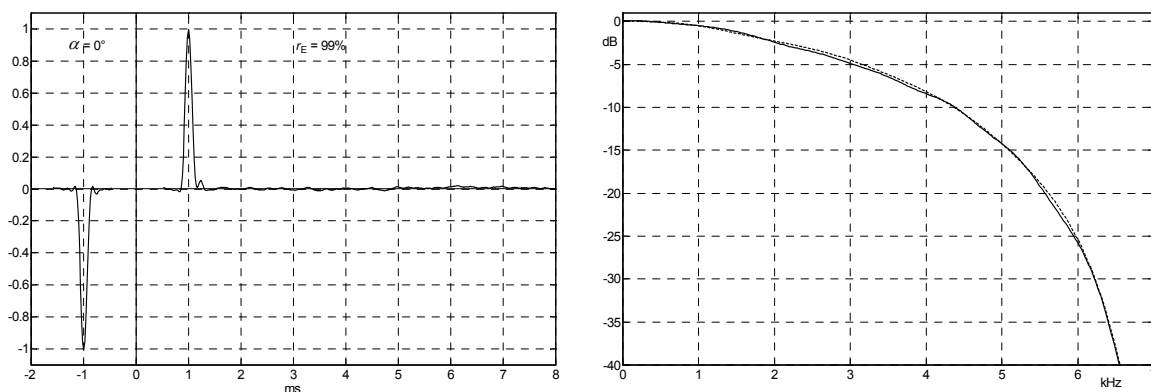
Abb. 7.21: Ähnlich Abb. 7.20, aber mit auf  $\alpha = 23^\circ$  vergrößertem Saitenknickwinkel.

Die bisherigen Ergebnisse lassen sich zu folgender Erkenntnis zusammenfassen: Je stärker die Saite am Lager ihre Richtung ändert (d.h. je größer der Knickwinkel ist), desto effizienter wird im Lager transversale in longitudinale Schwingungsenergie umgewandelt. Oder kürzer: **Je stärker der Knick, desto stärker die Modenkopplung.** Zur Stützung dieser Hypothese sollen zwei weitere Messungen beitragen: In **Abb. 7.22** wurde der Knickwinkel auf  $45^\circ$  vergrößert, ein Wert, den man typischerweise beim Stratocaster-Steg findet. Der Reflexionsgrad verringert sich dabei auf 59%, die 5-ms-Reflexion wird noch stärker.



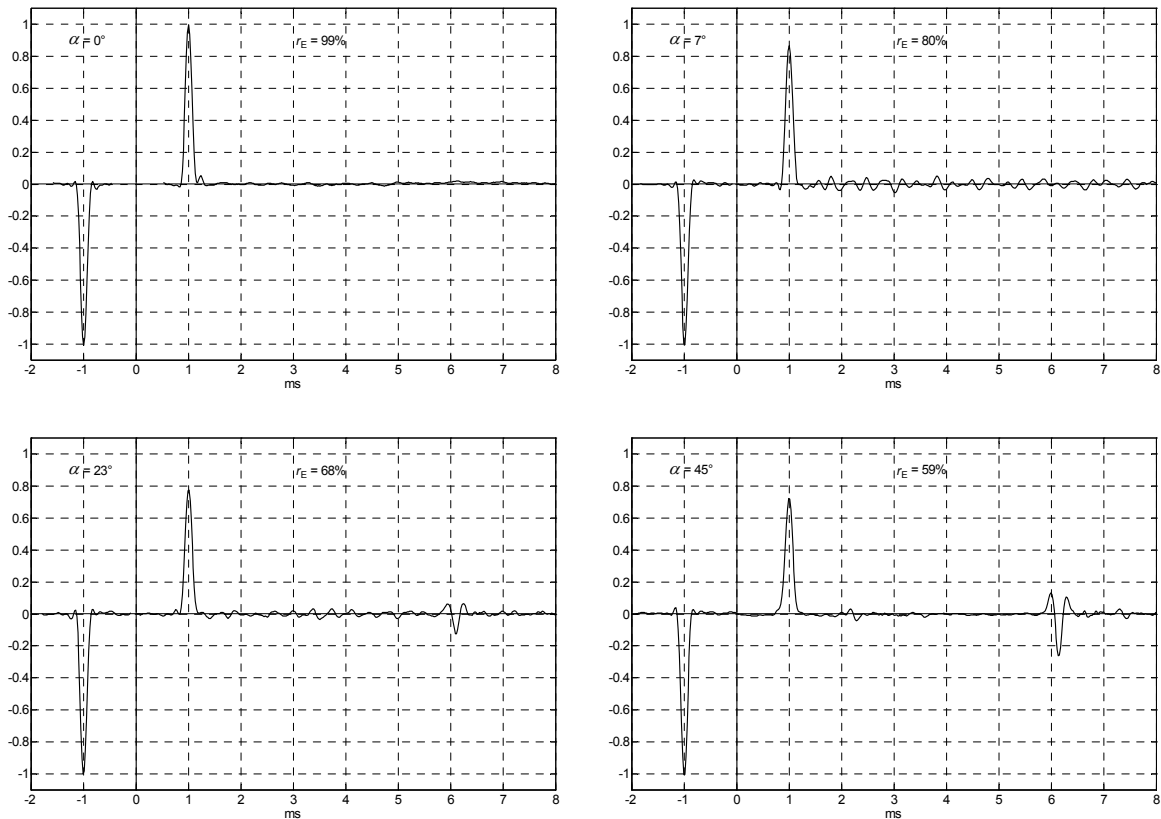
**Abb. 7.22:** Ähnlich Abb. 7.20, aber mit auf  $\alpha = 45^\circ$  vergrößertem Saitenknickeinkel.

Als anderes Extrem folgt abschließend eine Messung ganz ohne Saitenknicke – die Saite endet einfach in einem schweren Messingblock, ohne vorher auf einem Steg aufzuliegen (**Abb. 7.23**). Der aus der Messung errechnete Reflexionsgrad beträgt 99%, eine 5-ms-Reflexion ist nicht erkennbar. Alle diese Auswertungen lassen nur einen Schluss zu: Bei der überwiegenden Mehrheit aller Elektrogitarren hält sich die Wellenreflexion am Steg nicht an die Lehrbücher! Der Gitarrensteg, idealisiert als starres Lager beschrieben, oder wirklichkeitsnäher als Querimpedanz (bzw. Admittanz) modelliert, funktioniert komplizierter als bisher angenommen. Neben seinen dissipativen Eigenschaften, die hier noch gar nicht untersucht wurden, wirkt er als Koppelglied zwischen Transversal- und Dehnwellen, wobei Energie-Kopplungsgrade von über 40% auftreten können – eine nicht mehr vernachlässigbare Größenordnung. Für den **Klang der Gitarre** bzw. das Spektrum der Saitenschwingung folgt daraus: Außer auf den Transversalwellen-Eigenfrequenzen schwingt die Saite auch auf Dehnwellen-Eigenfrequenzen, und zusätzlich sind Mischformen möglich, z.B. Wellenhinlauf als Transversalwelle, Rücklauf als Dehnwelle. Im Spektrum werden deshalb Abweichungen gegenüber den Eigenfrequenzen der biegesteifen Saite zu erwarten sein.



**Abb. 7.23:** Ähnlich Abb. 7.20, aber ohne Saitenknicke.

In **Abb. 7.24** sind nochmals alle vier gemessenen Reflektogramme zusammengestellt. Dass die Schnellreflexion gegenphasig erfolgen muss, ist gängige Lehrmeinung, und wird auch voll bestätigt. Dass aber die Höhe des reflektierten Impulses vom Saitenknickwinkel abhängt, erfordert die Erweiterung üblicher Modelle um eine lagerspezifische Modenkopplung.

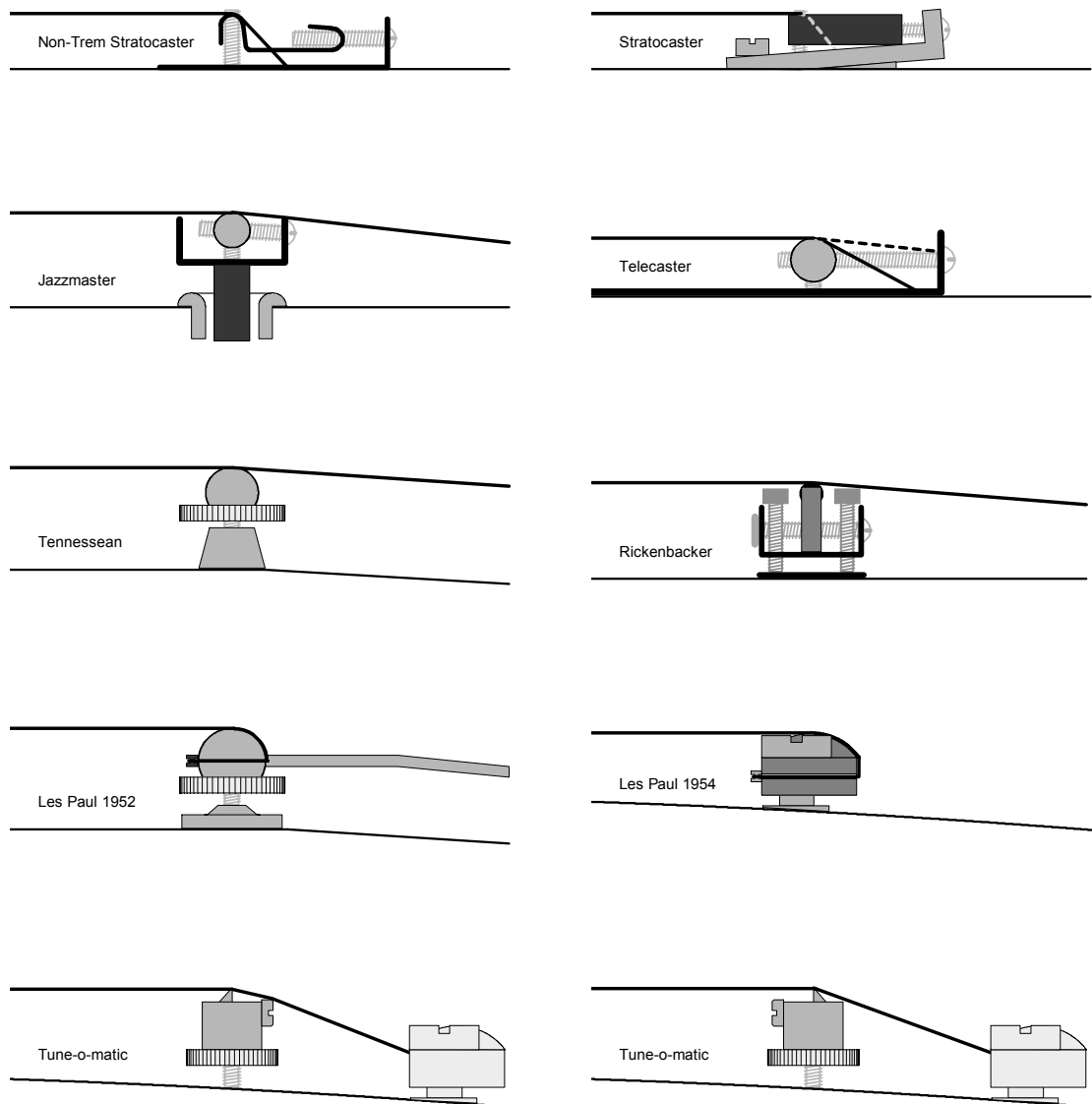


**Abb. 7.24:** Zusammenstellung aller Reflektogramme.  $\alpha$  = Saiten-Knickwinkel,  $r_E$  = Energie-Reflexionsgrad.

Ein Blick auf weitverbreitete Gitarrenmodelle zeigt, dass die Gitarrenbauer die Variationsmöglichkeiten beim Saitenknickwinkel auch ausnutzen: Von ca.  $4^\circ$  bis über  $45^\circ$  reicht die Bandbreite. Bei der rein akustischen sog. Schlaggitarre mit ihrer konvex gewölbten Decke war die Festlegung des Knickwinkels eine Gratwanderung zwischen schnarrenden Saiten und einbrechender Decke: Je größer der Knickwinkel, desto größer die auf die Decke wirkende Kraft. Bei (addiert) 1000 N Saitenzugkraft erkennt man schnell, dass der Knickwinkel nicht zu groß werden darf. Einige Elektrogitarren haben das Prinzip der gewölbten, nicht unterstützten Decke übernommen (Byrdland, ES-330, Tennessee, Casino), und übernahmen damit auch den kleinen Knickwinkel. Mit versteifter Decke ("Sustainblock" in der ES-335) wären die Stabilitätsprobleme eigentlich weitgehend entschärft gewesen, in den 60er-Jahren wurde die ES-335 aber trotzdem mit dem Trapez-Tailpiece (langer Saitenhalter zum Gurtpin) der ES-330 gebaut – vermutlich aus Gründen der Optik. Bei Massivgitarren wie der Jazzmaster oder der Jaguar war der Grund für den kleinen Knickwinkel das Vibrato-System, das zusammen mit einem auf Spitzen gelagerten Steg für Verstimmungsfreiheit sorgen sollte. Man hätte ausrechnen können, dass das nicht funktionieren kann, überließ aber dem Markt die Entscheidung – und der entschied. Gnadenlos, obwohl's doch Fenders Topmodelle waren. Bei der Telecaster war zunächst ein großer Knickwinkel Standard (String-through-Body), 1959 gab's den kleinen Knickwinkel (Toploader), 1960 beide Varianten, danach wieder den großen Knickwinkel. Einen der größten Knickwinkel findet man beim Stratocaster-Steg, sowie seinen unzähligen Nachbauten.

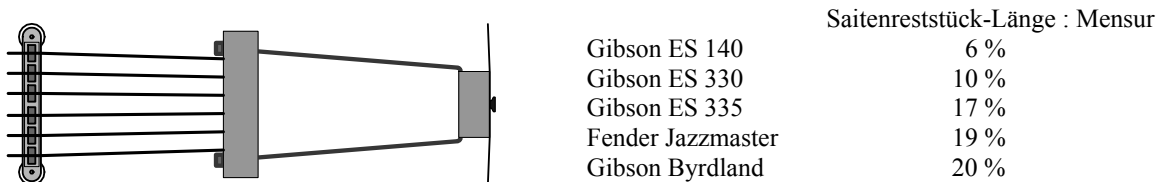


**Abb. 7.25** zeigt einige Beispiele typischer Stegkonstruktionen. Den Stratocaster-Steg gibt's als Vintage-Version mit gebogener Blech-Auflage, oder mit massivem Böckchen. Außerdem mit oder ohne Vibrato (Tremolo), sowie in weiteren, hier nicht gezeichneten Varianten. Die Tunomatic-Bridge, Standard vieler Gibson-Gitarren, findet man mit zwei Montagearten: Mit zum Saitenhalter oder zum Hals zeigenden Justierschrauben. Zeigen die Schrauben zum Saitenhalter (linkes Bild), liegt das Saiten-Reststück auf der Schraube auf! Die abgebildete Stegvariante der 52er-Les-Paul entstammt L. Polfuss' Patentanmeldung; produziert wurde allerdings mit nach unten gewickelten Saiten. Der Steg der 54er-Les-Paul ist fest im massiven Korpus verankert, das könnte man schon fast als massives Lager bezeichnen. Da sich hiermit die Saiten aber nicht einzeln in ihrer Länge einstellen ließen, führte Gibson 1954 für fast alle Elektrogitarren die "Tune-o-matic Bridge" ein.



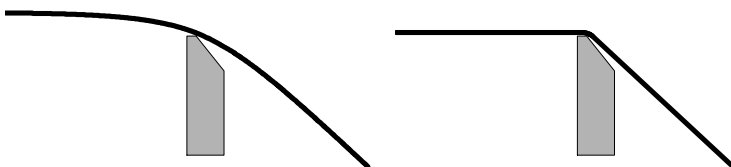
**Abb. 7.25:** Querschnitte durch einige ausgewählte Gitarrenstege.

Aus Abb. 7.25 wird ersichtlich, dass der **Saitenknickwinkel** sehr unterschiedlich ausfällt. Daneben ist aber auch noch die Länge des **Saitenreststücks**, also des Saitenstücks zwischen Steg und Saitenhalter, zu berücksichtigen, sorgt es doch für selektive Absorptionen. Die für sich betrachtet nicht so besonders auffällig werden, der Vollständigkeit wegen aber doch erwähnt werden müssen. Aus der Längenrelation Saitenreststück : Mensur können leicht die Resonanzfrequenzen des Saitenreststückes abgeschätzt werden; bei diesen Frequenzen wird dem Saitenhauptteil wegen der über den Steg hinweg wirkenden Biegekopplung Schwingungsenergie entzogen. Diese Längenrelation ist gitarrenspezifisch (**Abb. 7.26**), und teilweise auch baujahrspezifisch. Beträgt die Längenrelation z.B. 10%, ergibt sich für die E<sub>2</sub>-Saite als Grundfrequenz des Saitenreststückes 824 Hz. In der Praxis wird man mit kleinen Abweichungen rechnen müssen, weil zum einen die Biegesteifigkeit bei kurzen Saiten für eine stärkere Verstimmung sorgt, und weil zum anderen die Saitenbefestigung im Saitenhalter nicht ideal starr erfolgt. **Abb. 7.26** zeigt als typisches Beispiel den trapezförmigen Saitenhalter der Gibson ES-335, die danebenstehende Tabelle vermittelt einen Eindruck von üblichen Längenrelationen.



**Abb. 7.26:** Typischer Steg mit langem Saitenreststück (Gibson ES 335 mit Trapeze-Tailpiece).

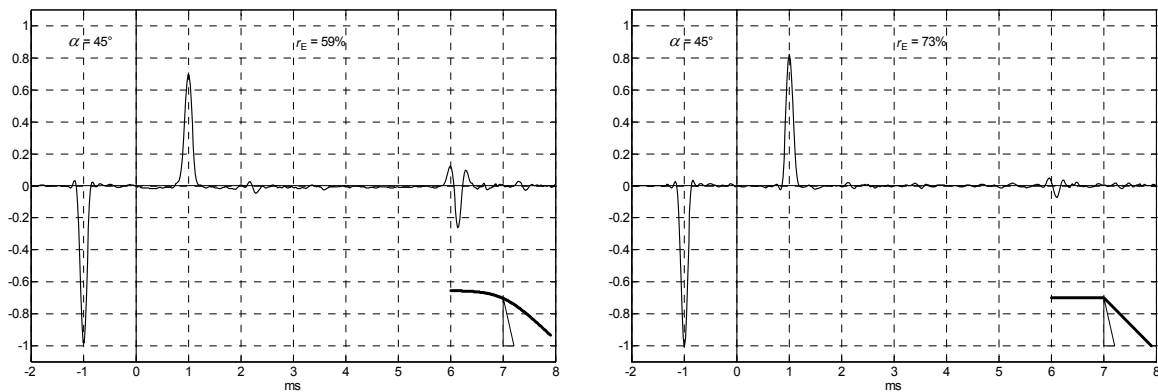
Bereits die wenigen oben aufgeführten Beispiele zeigen, dass Gitarrenstege sehr unterschiedlich aufgebaut sein können, und dementsprechend unterschiedlich auf die Saitenschwingung einwirken. Dass am Steg eine wesentliche Modenkopplung auftritt, dokumentieren die aufgeführten Messungen zweifelsfrei. Warum es dazu kommt, soll jetzt ausführlicher untersucht werden. Insbesondere bedarf die Saiten-Knickung einer genaueren Dokumentation. Mit dem Knickwinkel wird nur der tangentielle (asymptotische) Verlauf spezifiziert, aber nicht die Ortsabhängigkeit der Krümmung. Hierfür gibt es zwei Extremfälle: Entweder biegt man die Saite gerade so weit über den Steg, dass der Knickwinkel erreicht wird, was zu einem verrundeten Verlauf führt, oder man biegt am Steg einen scharfen Knick in die Saite. Der erste Fall führt bei nicht zu großem Knickwinkel zu einer **reversiblen Verformung**, der zweite Fall zu einem irreversiblen Knick (plastische Verformung), der auch nach Entlastung bestehen bleibt. **Abb. 7.27** stellt diese beiden Fälle für 45° Knickwinkel dar.



**Abb. 7.27:** Verrundeter und scharf abknickender Saitenverlauf bei identischem Knickwinkel ( $\alpha = 45^\circ$ ).

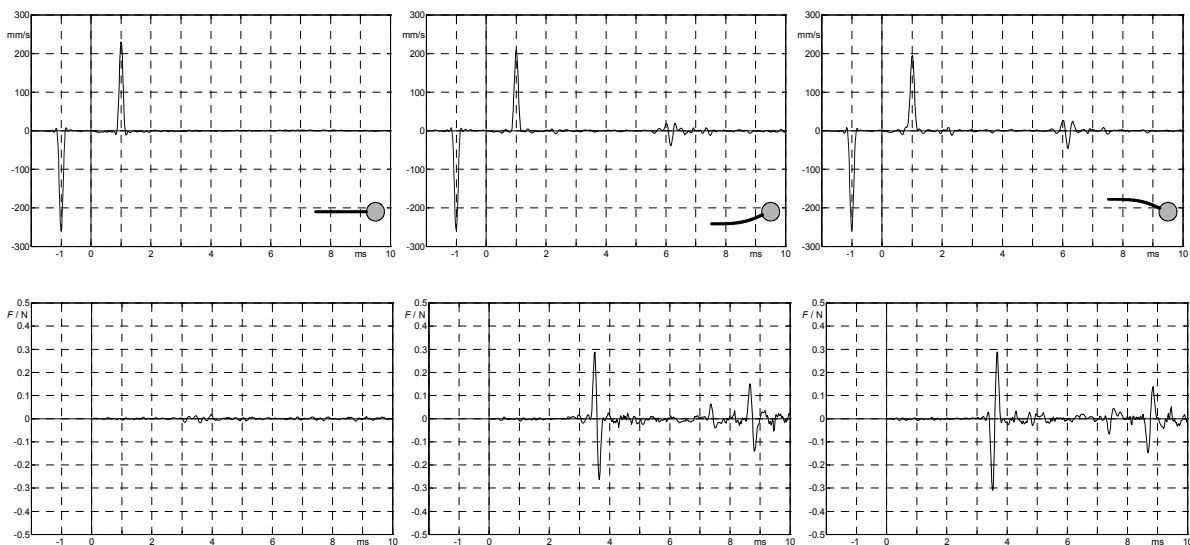
Das Reflexionsverhalten der beiden Saitenverläufe ist unterschiedlich, der verrundete Saitenverlauf erzeugt eine stärker ausgeprägte Modenkopplung. Offensichtlich ist nicht so sehr der Richtungswechsel der Saite von Bedeutung, sondern die Krümmung. Im rechten Bild tritt nur direkt am Steg eine starke Krümmung auf, dort ist aber die Schwingungsamplitude praktisch null. Im linken Bild erstreckt sich hingegen eine (allerdings schwächere) Krümmung über einen längeren Saitenbereich.

In **Abb. 7.28** sind Reflektogramme für die Saitenverläufe aus **Abb. 7.27** dargestellt. Die Primär-Reflexion (bei 1 ms) ist bei der scharf abgeknickten Saite stärker ausgeprägt als bei verrundetem Saitenverlauf. Nimmt man an, dass im Lager bei einer Reflexion nur wenig Energie dissipiert wird, folgt daraus für die scharf abgeknickte Saite eine schwächere Dehnwelle. Die nach 6 ms auftretende Sekundär-Reflexion bestätigt diese Vermutung qualitativ; sie hat allerdings nach der Quer/Längs-Kopplung noch eine zusätzliche Längs/Quer-Kopplung durchlaufen und ist deshalb kein direktes Maß für die Dehnwelle.



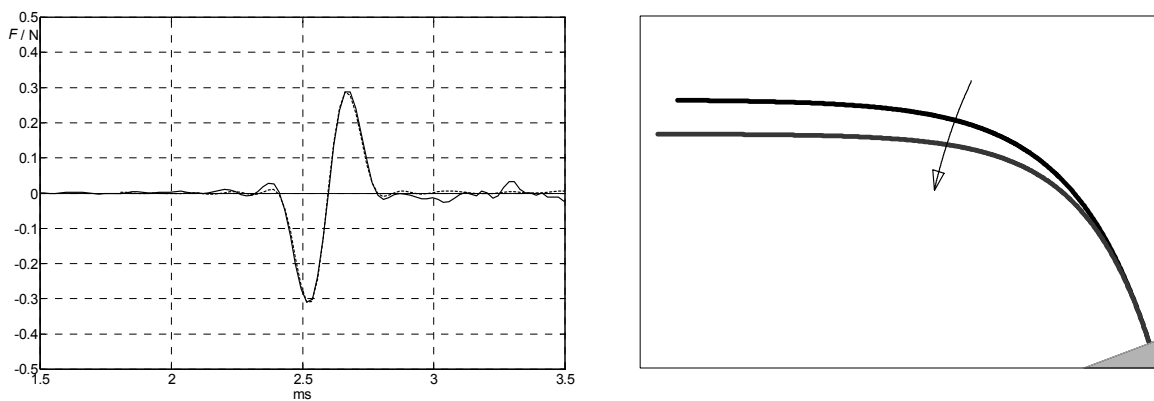
**Abb. 7.28:** Reflektogramm bei zwei verschiedenen Saitenkrümmungen; Knickwinkel  $\alpha = 45^\circ$ .

Am einfachsten lässt sich die am Lager durch Modenkopplung erzeugte Dehnwelle mit einem **Kraftsensor** messen, der am anderen Saitenende die Längskraft misst. Hierbei ist aber zu berücksichtigen, dass am starren Lager Bewegungsgrößen zu null werden, während Kräfte verdoppelt werden (Kap. 2.2). In **Abb. 7.29** sind deshalb alle Längskräfte nur mit 50% der gemessenen Werte dargestellt (in der Hoffnung, das Lager möge ideal sein). Um den Einfluss des Saitenreststückes auszuschließen, wurde bei diesen Messungen die Saite starr in einem drehbaren Zylinder verankert – ohne Saitenrest. Durch Verdrehen des Zylinders konnte ein Biegemoment erzeugt werden, das die Saitenkrümmung bewirkte. 38 cm vom Lagerzylinder entfernt befand sich der Laser-Messpunkt, 3 m hiervon entfernt der Shaker. Die Kraftmessung erfolgte an dem 13,3 m entfernten anderen Lager, das keine Saitenkrümmung erzeugte.



**Abb. 7.29:** Querschnelle (oben) und Längskraft (unten) für drei verschiedene Saitenkrümmungen. Besonders zu beachten ist die Polarität des Kraftsignals, die vom Krümmungssinn abhängt.

Die in Abb. 7.29 dargestellten Messungen belegen eindrucksvoll, dass für die Modenkopplung nicht das Saitenreststück, sondern alleine die Saitenkrümmung verantwortlich ist. Ohne Krümmung tritt praktisch keine Dehnwelle auf. Ist die Saite in Lagernähe gekrümmt, erzeugt ein unipolarer Halbwellenimpuls einen bipolaren Längskraftimpuls, der an eine zeitliche Differentiation denken lässt. "Kraft = Masse · differenzierte Schnelle" wäre naheliegend, der hier vorgeschlagene Erklärungsversuch weist aber in eine andere Richtung: Nicht die infinitesimale Differentiation führt zum Ziel, sondern eine Differenz. Genauer: Die Überlagerung zweier gegenphasiger, zeitverschobener Signale. Die vom Lager reflektierte Schnellewelle ist ja gegenphasig zur hinlaufenden Schnellewelle, direkt am Lager ergibt ihre Summe deshalb null – das ideale Lager ist bewegungslos. Kurz vor dem Lager sind die beiden Wellen aber um eine kleine Laufzeit verschoben, die Überlagerung ergibt ein Signal, das näherungsweise dem Differential entspricht. In **Abb. 7.30** ist eine demgemäß berechneten Überlagerung der gemessenen Längskraft gegenübergestellt – der grundsätzliche Verlauf wird gut wiedergegeben. Dass nicht alle kleinen Zacken nachgebildet werden ist verständlich: Zum einen sorgen Bandbegrenzung und Entfaltung für Artefakte, wichtiger ist aber, dass die Berechnung nur für einen Punkt durchgeführt wurde, nämlich 1cm vor dem Lager. Auf der realen Saite erfolgt die Modenkopplung aber nicht nur an einem Punkt, sondern über einen Bereich.



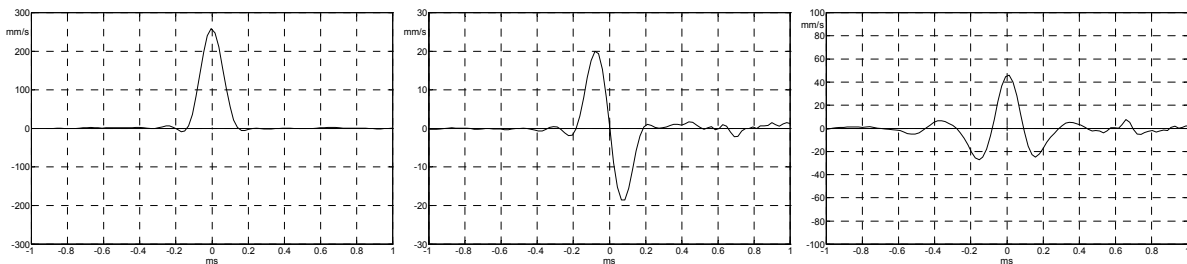
**Abb. 7.30:** Gemessene Saitenlängskraft (—), im Vergleich zu einer einfachen Modellrechnung (-----). Im rechten Bild ist schematisch die Kopplung zwischen Längs- und Querbewegung dargestellt.

Den prinzipiellen Mechanismus der Modenkopplung stellt das rechte Bild dar: Wenn man die Saite nach links zieht, bewegt sie sich gleichzeitig nach unten. Entsprechend gibt eine nach unten gerichtete Querauslenkung eine zusätzliche Verschiebung nach links. Wäre die Saite in die andere Richtung gekrümmt, ergäbe eine nach unten gerichtete Querauslenkung eine zusätzliche Verschiebung nach rechts. Diese Vorzeichenabhängigkeit wurde bereits in Abb. 7.29 aufgezeigt, Messungen und Modell stimmen diesbezüglich überein.

Abb. 7.30 zeigt eine Längskraft-Amplitude (Dehnwellen-Kraftamplitude) von 0,3 N. Die Dehnwellen-Schnelle ist hiermit über den **Dehnwellenwiderstand**  $Z_W = 16 \text{ Ns/m}$  verbunden, woraus eine Dehnwellen-Schnelleamplitude von 19 mm/s resultiert, ungefähr 7% der Querwellen-Schnelleamplitude. Die **Energie** einer Welle hängt vom Quadrat der Schnelle ab, aber auch vom Wellenwiderstand:  $E = Z_W \cdot v^2 \cdot t$ . Die Wellenwiderstände für Dehn- und Querwelle unterscheiden sich in diesem Fall um den Faktor 30, die o.a. Schnellerelation (7%) würde also bedeuten, dass die Dehnwellenenergie ca. 30% der Querwellenenergie beträgt (Doppelimpuls, Faktor 2!). Der Energie-Reflexionsfaktor ist mit  $r_E = 65\%$  in diesem Beispiel etwas kleiner, die fehlenden 5% könnten "verlorengegangen" sein, als die Dehnwelle über den Shaker lief. Mit Blick auf die Vielzahl möglicher Artefakte ist diese Genauigkeit als gut zu bezeichnen.

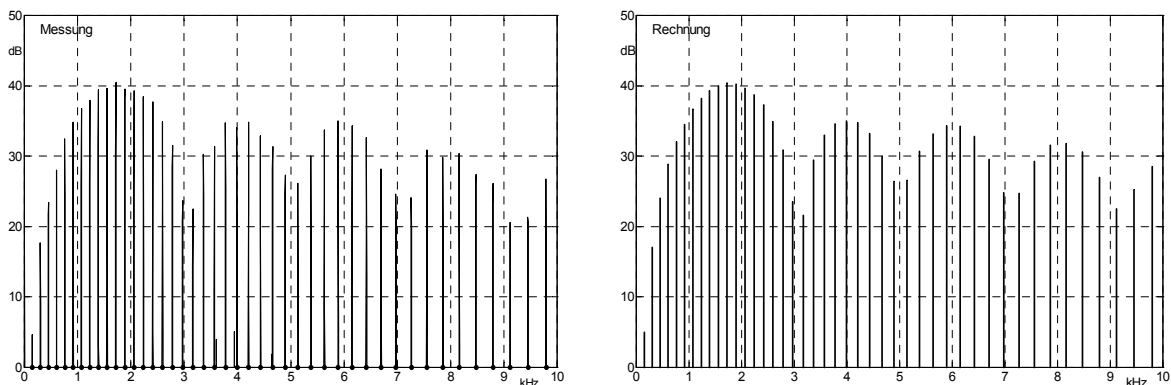
**Zusammengefasst:** Die Kopplung Transversalwellen  $\Leftrightarrow$  Dehnwellen ist um so stärker, je mehr die Saite gekrümmt ist. Der Energie-Kopplungsgrad kann über 40% betragen. Die Zeitfunktionen der durch Kopplung entstehenden Wellen sind näherungsweise Ableitungen der sie erzeugenden Zeitfunktionen.

In **Abb. 7.31** sind die zeitlichen Abläufe zusammengefasst. Eine halbsinusförmige Transversal-Schnellewelle wird (auch) als sinusförmige Dehn-Schnellewelle reflektiert. Diese wird (auch) als Transversal-Schnellewelle mit 1,5 Perioden reflektiert. Die Ableitung als Näherung wird um so ungenauer, je mehr Stufen der Modenwandlung simuliert werden. Die zur zeitlichen Ableitung gehörende spektrale Operation ist die Multiplikation mit  $j\omega$ , also eine Tiefenabsenkung. Deshalb spielt bei der realen Saite die Modenkopplung im tieffrequenten Bereich keine Rolle – erst oberhalb von ca. 1 kHz sind Auswirkungen zu bemerken.



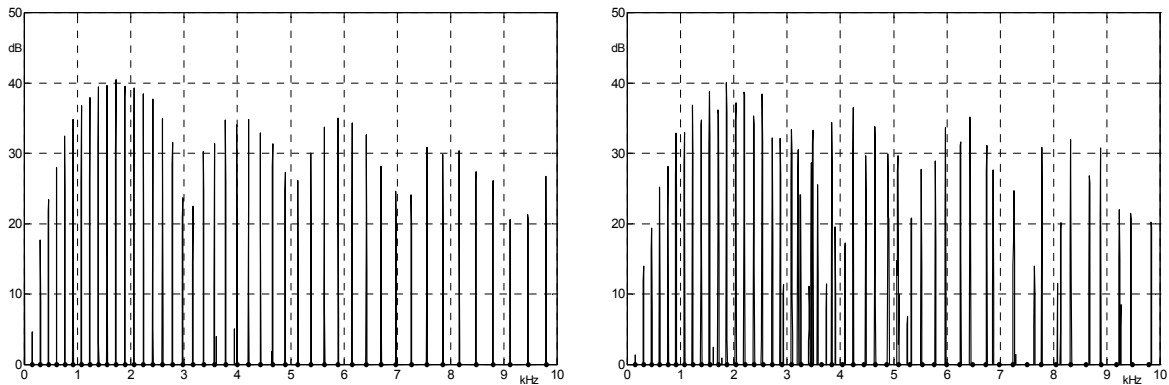
**Abb. 7.31:** Primäre Transversalwelle (links), davon erzeugte Dehnwelle (Mitte), davon erzeugte Transversalwelle (rechts). Alle Bilder sind Messergebnisse einer massiven 0,7-mm-Saite.

Bei den folgenden Analysen, die sich auf **spektrale Effekte** konzentrieren, wurde die Saiten-Mensur auf gitarrentypische Maße verkürzt, um in gitarrentypische Resonanzbereiche zu gelangen. Um Lagereffekte deutlich zu machen, wurde die Saite zum einen an beiden Enden festgeklemmt, zum anderen an beiden Enden über ein Schneidenlager geführt, d.h. gekrümmt. 7 mm vom einen Lager entfernt erfolgte mit dem Laser-Vibrometer eine Querschnelle-Messung. Nahe des anderen Lagers wurde die Saite mit einem kurzen Transversalimpuls angeregt. Die Spektren (**Abb. 7.32**) werden folglich eine **Kammfilterform** aufweisen, die sowohl von der Form des Anregungsimpulses, als auch von der Distanz Messpunkt/Lager abhängt. Die gute Übereinstimmung der Messwerte mit dem Transversalwellenmodell zeigt, dass bei der geklemmten Saite kaum Dehnwellen entstanden sind. Die Teiltonspreizung ist regulär, d.h. entspricht der in Kap. 1.3 vorgestellten Theorie.



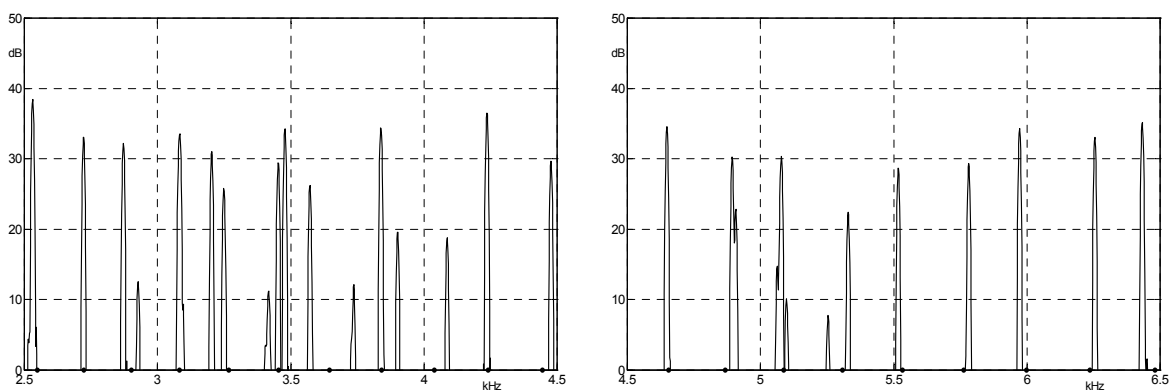
**Abb. 7.32:** Pegelspektrum einer geklemmten 0,7-mm-Saite (links), sowie Modellrechnung hierzu (rechts). Die gemessenen Teiltonfrequenzen stimmen perfekt mit den berechneten überein (Punkte im linken Bild).

Bei der über Schneidenlager geführten Saite sind die Frequenz-Abweichungen zur regulären Spreizung deutlich (**Abb. 7.33**), was auf stärkere Modenkopplung zurückzuführen ist. Man erkennt zum einen Teiltonverstimmungen, zum anderen zusätzliche Teiltöne (z.B. um 3 kHz).



**Abb. 7.33:** Gemessenes Spektrum der geklemmten Saite (links) bzw. der gestützten Saite (rechts). Die Irregularitäten der Teiltonfrequenzen haben ihre Ursache in Modenkopplungen.

In **Abb. 7.34** sind zwei Ausschnitte aus dem Spektrum der gestützten Saite dargestellt. Im Gegensatz zur geklemmten Saite, deren Teiltonfrequenzen ja in guter Näherung mit den berechneten Werten übereinstimmen (**Abb. 7.32**), zeigen sich hier erhebliche Abweichungen zwischen Rechnung (Punkte) und Messung (Linienzug).



**Abb. 7.34:** Ausschnitte aus dem in **Abb. 7.33** rechts dargestellten Spektrum (gestützte Saite).

Von besonderer Bedeutung ist natürlich die Frage, ob derartige Effekte denn auch hörbar sind. Orientierende **Hörversuche** hierzu ergaben, dass *alle* aufgenommenen Schnelle-Dateien unterschiedlich klangen – aber nicht wegen unterschiedlicher Saiten-Lagerung, sondern wegen nicht identischer Anregung. Bereits winzige Unterschiede im Anschlag änderten die spektrale Hüllkurve so stark, dass Abweichungen hörbar wurden. Deshalb wurden zwei Schalle synthetisiert, deren spektrale Hüllkurven identisch waren, deren Teiltonfrequenzen jedoch den in **Abb. 7.33** dargestellten entsprachen. Ergebnis: Die Inharmonizitäts-Unterschiede sind für den Klang eher unbedeutend. Es hängt natürlich immer vom Einzelfall ab, ob spezielle Teiltonschwebungen den Höreindruck besonders prägen können, pauschal betrachtet hat der Anschlag aber ganz klar Priorität vor der Inharmonizität. (Zur Hörbarkeit von Teiltoninharmonizitäten siehe auch Kap. 8.5).

### 7.5.3 Die mechanische Sattelimpedanz

Wenn man Saite und Sattel\* als Teile eines mechanischen Systems interpretiert, bieten sich zwei Wege zur mathematischen Beschreibung an: Die orts- und zeitabhängige Analysis mit Differential- und Wellengleichungen, oder die Spektraldarstellung des eingeschwingenen Zustandes. Das vorhergehende Kapitel hatte zeitliche Vorgänge analysiert, hier folgt jetzt die Beschreibung im Frequenzbereich.

Beim einfachen Saitenmodell ist der Sattel unbeweglich und reflektiert ideal, der Reflexionsfaktor  $r$  ergibt sich zu  $+1$  (Kraft) bzw.  $-1$  (Bewegung). In Kap. 2.5 wurde  $r$  aus dem reellen Wellenwiderstand  $Z_W$  der Saite und der komplexen Sattelimpedanz (Lagerimpedanz)  $Z_L$  berechnet. Um die Zusammenhänge überschaubar zu halten, soll zunächst nur ein Wellentyp (z.B. Transversalwelle) und eine verlustfreie Lagerung betrachtet werden. Die Sattelimpedanz  $Z_L = F/v$  ist dann eine **Reaktanz-Zweipolfunktion**. Die Reaktanz ist der Imaginärteil einer komplexen Impedanz. Ein Reaktanz-Zweipol hat eine rein imaginäre Impedanz, somit sind beim mechanischen Zweipol als Elemente nur Massen und Federn erlaubt, aber keine Dämpfungswiderstände. Mit der komplexen Frequenz  $p$  [z.B. 6] ergibt sich die Massenimpedanz zu  $pm$ , bzw. die Massenreaktanz zu  $\omega m$ ; die Federimpedanz ist  $s/p$ , die Federreaktanz ist  $-s/\omega$ . Die Impedanz eines mechanischen Reaktanz-Zweipols, der (verlustfrei nur) aus Massen und Federn zusammengesetzt ist, ist eine Reaktanz-Zweipolfunktion der Form:

$$Z(p) = \frac{z_0 + z_2 p^2 + z_4 p^4 + \dots + z_\nu p^\nu}{n_1 p^1 + n_3 p^3 + \dots + n_\mu p^\mu} \quad \text{Reaktanz-Zweipolfunktion}$$

Hierbei sind  $z_i$  die Koeffizienten des Zählerpolynoms, und  $n_i$  die des Nennerpolynoms. Die höchste Potenz des Zählerpolynoms ( $\nu$ ) ist entweder um 1 größer oder um 1 kleiner als die höchste Potenz des Nennerpolynoms ( $\mu$ ). Der größere Wert von  $\nu$  bzw.  $\mu$  entspricht der System-**Ordnung**  $n$ , die bei kanonischen Systemen der Anzahl der freien Speicher entspricht.

**Beispiel:** Ein System, das nur *eine* Feder enthält, ist ein System erster Ordnung. Hiermit könnte man schon ein ideales Lager beschreiben, müsste dazu aber die Federsteifigkeit  $s$  zu unendlich annehmen (eine unendlich steife Feder ist unnachgiebig). Mit endlicher Steifigkeit ist eine Approximation möglich, solange die Lagerreaktanz groß gegen den Wellenwiderstand bleibt. Für  $s = 10^6$  N/m ergibt sich bei 1 kHz eine Lagerreaktanz von  $-160$  Ns/m, das kann man schon als (betragsmäßig) groß gegen den Wellenwiderstand einer Stahlsaite (0,1 ... 1 Ns/m) bezeichnen. Ein derart federndes Lager würde tieffrequente Wellen fast genau so reflektieren wie ein ideales Lager. Montiert man vor diese Lagerfeder eine kleine Masse, und davor wieder eine Feder, so erhält man ein System 3. Ordnung. Tieffrequent verhält sich dieses neue System federgehemmt, hochfrequent ebenfalls, aber zwischen seinen beiden Resonanzfrequenzen ist es massegehemmt (träge). Diese Frequenzabhängigkeit der Lagerreaktanz bewirkt zweierlei: Eine Verstimmung der Teiltonfrequenzen, und die Erzeugung zusätzlicher Teiltöne, die bei idealer Saitenlagerung nicht vorhanden wären (Kap. 2.5.2). Je höher die Ordnung der Lagerimpedanz, desto mehr zusätzliche Teiltöne entstehen.

Wie groß ist die typische Ordnung einer Lagerimpedanz? Eigentlich unendlich, weil Sattel, Steg und Korpus Kontinua sind, in der Praxis aber letztlich doch endlich, weil ja nur ein endlicher Frequenzbereich betrachtet wird.

\* Der Begriff "Sattel" steht hier allgemein für das Saitenlager, also Steg- oder Kopfsattel.

Die Sätze über Reaktanz-Zweipolfunktionen [z.B. 7] besagen, dass sich längs der  $j\omega$ -Achse einfache Pole und Nullstellen abwechseln. Zwischen den Polen und Nullstellen verhält sich der mechanische Reaktanz-Zweipol (d.h. das "reaktive" Saitenlager) entweder federnd oder träge, die Teiltöne der Saite werden dementsprechend entweder erniedrigt oder erhöht (Kap. 2.5.2). Je ein Pol-Nullstellenpaar (der positiven imaginären Achse) erzeugt einen zusätzlichen Teilton, mit  $n = 8$  erhält man somit schon vier zusätzliche Teiltöne. Da alle Teile einer Gitarre kraftschlüssig verbunden sind, muss theoretisch mit sehr vielen schwingfreudigen Teilmassen und -federn gerechnet werden, und folglich mit sehr vielen zusätzlichen Teiltönen. Beim idealen, verlustfreien Lager! Sobald man aber dem Lager **resistive Elemente** zugesteht, ändert sich die Situation grundlegend: Nur mehr die ganz schwach bedämpften Resonanzen können die Phase um  $2\pi$  drehen und Zusatztöne erzeugen, alle anderen Resonanzen führen nur mehr zu kleinen Frequenzverschiebungen.

Die mechanische Impedanz eines verlustbehafteten Lagers ist keine Reaktanz-Zweipolfunktion, sondern eine **Zweipolfunktion**, d.h. eine reelle, rationale und positive Funktion von  $p$ . Alle Pol- und Nullstellen der Lagerimpedanz  $\underline{Z}(p)$  liegen links von der  $j\omega$ -Achse. Bildet man  $\underline{Z}(p)$  auf den komplexen Reflexionsfaktor  $\underline{r}(p)$  ab, entsteht keine reine Allpassfunktion, vielmehr sind Phase und *Dämpfung* frequenzabhängig.

$$\underline{r} = \frac{W - \underline{Z}}{W + \underline{Z}} = \frac{W - \underline{Q}/\underline{V}}{W + \underline{Q}/\underline{V}} = \frac{W \cdot \underline{V} - \underline{Q}}{W \cdot \underline{V} + \underline{Q}}$$

Komplexer v-Reflexionsfaktor

Die Lagerimpedanz  $\underline{Z}$  kann als gebrochene rationale Funktion  $\underline{Q}/\underline{V}$  dargestellt werden; aus den  $n$  Polen und Nullstellen der Impedanz werden durch die Abbildung  $n$  neue Pole und Nullstellen – die Ordnung  $n$  bleibt (für reellen Wellenwiderstand  $W$ ) erhalten. Aus  $W \cdot \underline{V} + \underline{Q}$  erhält man durch Nullsetzen die Pole des Reflexionsfaktors, sie liegen alle links von der  $j\omega$ -Achse (stabiles System). Aus  $W \cdot \underline{V} - \underline{Q}$  erhält man durch Nullsetzen die NSt des Reflexionsfaktors, und die können nun in der ganzen  $p$ -Ebene liegen! Liegen  $\underline{r}$ -NSt *auf der  $j\omega$ -Achse*, ergibt sich bei der zugehörigen Frequenz **Anpassung**: Der Reflexionsfaktor ist null, die gesamte Wellen-Energie wird vom Lager absorbiert. Liegen  $\underline{r}$ -NSt *rechts von der  $j\omega$ -Achse*, enthält der Reflexionsfaktor (u.a.) einen **Allpass**. Liegen alle  $\underline{r}$ -NSt *links von der  $j\omega$ -Achse*, ist der Reflexionsfaktor **allpassfrei** (= minimalphasig).

Etwas vereinfacht: Jede Lager-Resonanz ergibt ein Pol/NSt-Paar des Reflexionsfaktors. Die Pole des Reflexionsfaktors liegen immer in der linken  $p$ -Halbebene, die NSt des Reflexionsfaktors können links oder rechts liegen. Eine links liegende NSt verursacht nur Teiltonverstärkungen, eine rechts liegende NSt erzeugt einen zusätzlichen Teilton.

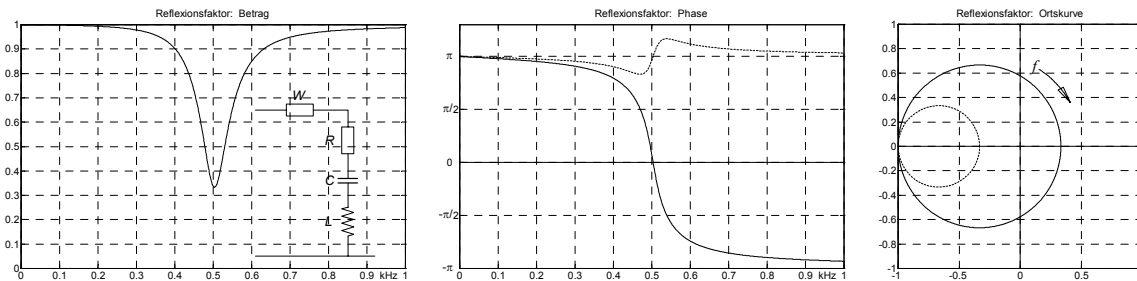
Ein **Resonanzkreis** als Lager (d.h. ein Feder/Masse/Dämpfer-System) absorbiert schmalbandig Schwingungsenergie und verringert den Betrag des Reflexionsfaktors von 1 auf Werte knapp unter 1. Ist der Resonanzkreis minimalphasig, tritt nur eine kleine Phasenverschiebung auf: Unterresonant ist die Phase der Reflexion leicht negativ, überresonant leicht positiv, mit wachsendem Abstand von der Resonanzfrequenz nimmt die Phasendrehung gegen null ab. Ist der Resonanzkreis aber allpasshaltig (nicht minimalphasig), dreht er die Phase mit steigender Frequenz um  $-2\pi$ , wodurch ein zusätzlicher Teilton erzeugt wird. Die Grundlagen zu dieser Betrachtungsweise finden sich in der Systemtheorie [6, 7], der Reflexionsvorgang kann als Abbildungseigenschaft eines linearen und zeitinvarianten Systems aufgefasst werden.



Ein kleiner Exkurs soll den Reflexionsvorgang bei einer elektrischen Leitung erläutern, danach folgt die Analogiebetrachtung für die mechanische Leitung. Eine **elektrische Leitung**, deren Wellenwiderstand  $W = 50\Omega$  beträgt [5], sei mit einer RLC-Reihenschaltung abgeschlossen, z.B.  $R = 25\Omega$ ,  $L = 0.1\text{H}$ ,  $C = 1\mu\text{F}$ . Daraus folgt der Reflexionsfaktor  $\underline{r}$  zu:

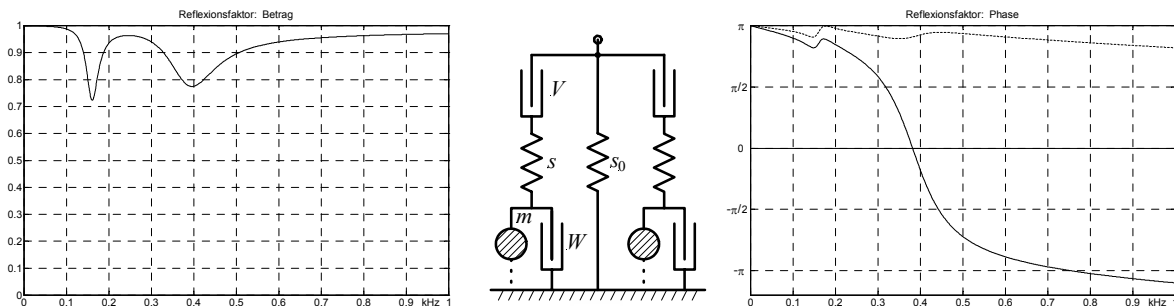
$$\underline{r} = -\frac{R + pL + 1/(pC) - W}{R + pL + 1/(pC) + W} = -\frac{p^2L + (R - W)p + 1/C}{p^2L + (R + W)p + 1/C}$$

Die Nullstellen des Zählerpolynoms liegen in der rechten  $p$ -Halbebene, die Reflexion ist damit nicht minimalphasig, sondern allpasshaltig. Ändert man die drei Elemente der Abschlussimpedanz zu  $R = 100\Omega$ ,  $L = 0.2\text{H}$ ,  $C = 0.5\mu\text{F}$ , verändert das den Betrag des Reflexionsfaktors nicht; die Phase ändert sich aber schon, es entsteht ein minimalphasiges (d.h. allpassfreies) System. **Abb. 7.35** zeigt hierzu Betrag, Phase und Ortskurve des Reflexionsfaktors. Bei der minimalphasigen Lösung verläuft die  $\underline{r}$ -Ortskurve links des Koordinaten-Ursprungs, bei der allpasshaltigen Lösung umschließt die  $\underline{r}$ -Ortskurve den Ursprung.



**Abb. 7.35:** Betrag- und Phasenfrequenzgang sowie Ortskurve des Reflexionsfaktors (---- = minimalphasig).

Nun zur **Saite**, der mechanischen Leitung. Dispersionsfrei betrachtet ist auch hier der Wellenwiderstand reell, und die Abschlussimpedanz (Lagerimpedanz) eine Zweipolimpedanz. Als Beispiel soll ein Lager fünfter Ordnung ( $n = 5$ ) betrachtet werden, das im Wesentlichen aus einer harten Feder besteht, aber zusätzlich zwei kleine Massen, zwei Federn und vier Dämpfer enthält (**Abb. 7.36**). Dem mechanischen System sieht man nicht an, ob es eine allpassfreie oder allpasshaltige Reflexion erzeugt, beide Eigenschaften sind mit derselben Struktur realisierbar – lediglich die Bauteilewerte unterscheiden sich.

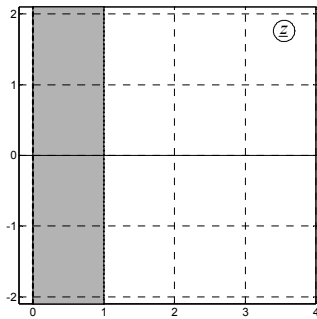


**Abb. 7.36:** Betrag und Phase des Reflexionsfaktors für zwei unterschiedliche Dimensionierungen. Die Betragsfrequenzgänge sind identisch, die Phasengänge unterschiedlich (---- = minimalphasig).

$V$	$s$	$m$	$W$	$s_0$	$V$	$s$	$m$	$W$
3,98 Ns/m	2859 N/m	0,36 g	0,1 Ns/m	5087 N/m	19,1 Ns/m	2054 N/m	1,43 g	0,17 Ns/m
25,6 Ns/m	7498 N/m	0,33 g	0,005 Ns/m	2221 N/m	34,9 Ns/m	281 N/m	0,244 g	0,048 Ns/m

**Tabelle:** Bauteilewerte. Die letzte Zeile ergibt die allpasshaltige Reflexion.

Aus Sicht der Funktionentheorie ist die Abbildung der komplexen  $\underline{z}$ -Ebene auf die komplexe  $\underline{r}$ -Ebene eine **konforme Abbildung**. Normiert man die Lagerimpedanz  $\underline{Z}$  auf den Wellenwiderstand  $W$ , erhält man mit  $\underline{z} = \underline{Z}/W$  folgende normierte konforme Abbildung:



$$\underline{r} = \frac{W - \underline{Z}}{W + \underline{Z}} = -\frac{\underline{z} - 1}{\underline{z} + 1}$$

$$\underline{z} = \frac{\underline{Z}}{W} = \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}}$$

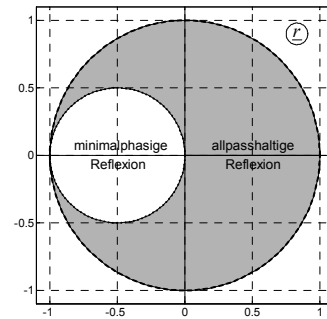


Abb. 7.37: Konforme Abbildung der normierten  $\underline{z}$ -Ebene auf die  $\underline{r}$ -Ebene.

Der Einheitskreis der  $\underline{r}$ -Ebene ist Abbild der imaginären Achse der  $\underline{z}$ -Ebene, die linke  $\underline{z}$ -Ebene wird auf das Äußere des Einheitskreises abgebildet. Da nun aber alle realen Lagerimpedanzen Zweipolfunktionen mit nicht-negativem Realteil sind, kann der Betrag des Reflexionsfaktors nie größer als 1 werden – was auch aus energetischer Sicht zwingend ist. Der dunkel schattierte Streifen der  $\underline{z}$ -Ebene wird auf den dunklen Bereich der  $\underline{r}$ -Ebene abgebildet, der Bereich  $\text{Re}(\underline{z}) > 1$  auf den hellen Kreis. Mit  $\text{Re}(\underline{z}) > 1$  ist  $\text{Re}(\underline{z} - 1) > 0$ , d.h. eine Zweipolfunktion, mit Nullstellen in der linken  $\underline{r}$ -Ebene – also minimalphasig. Im Falle der weiter oben beispielhaft erwähnten elektrischen Leitung ist  $\underline{z}$  für  $R = 25 \Omega$  die Gerade  $\underline{z} = 0.5$ ; sie liegt im dunklen Bereich, die Reflexion ist deshalb allpasshaltig. Für die mechanische Leitung (Saite mit Lager) zeigt Abb. 7.38 die Ortskurven – mit einer Besonderheit:

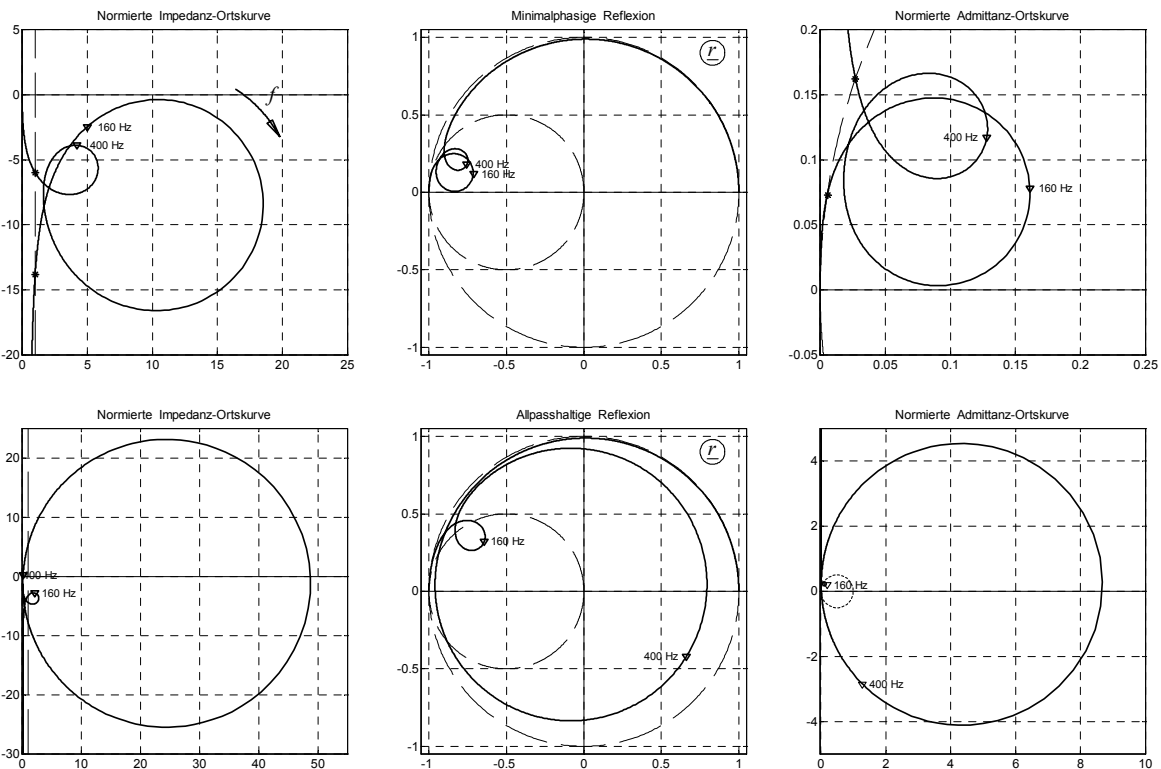


Abb. 7.38: Ortskurven zur mechanischen Leitung, vergl. Abb. 7.36. Alle Ortskurven werden mit steigender Frequenz im Uhrzeigersinn durchlaufen.

Die normierte Impedanz-Ortskurve des minimalphasigen Systems verläuft zwischen 100 Hz und 650 Hz *rechts* von der gestrichelten Grenzlinie, der zugehörige Reflexionsfaktor liegt innerhalb des kleinen Kreises. Die beiden Maxima der Reflexionsdämpfung (160 Hz und 400 Hz) verursachen zwei kleine Schleifen in der  $\underline{r}$ -Ortskurve, denen man – weil innerhalb des kleinen Kreises – Minimalphasigkeit attestieren kann. Global betrachtet dreht aber die Phase des  $\nu$ -Reflexionsfaktors von  $\pi$  auf 0, ein Charakteristikum jeder federnden Lagerung ( $s_0$ ). Für gegen null gehende Frequenz wirkt das in Abb. 7.36 dargestellte System federnd, die Impedanz hat somit einen Pol bei  $p = 0$  (und eine Nullstelle bei  $p = \infty$ ). Wollte man diese Besonderheit vermeiden, müsste man die Lagerung im Wesentlichen resistiv (d.h. als Dämpfer) gestalten; damit könnte aber keine Vorspannkraft aufgenommen werden. Deshalb federnde Lagerung, und Betrachtungen zur Allpasshaltigkeit nur im relevanten Frequenzbereich.

Abb. 7.38 enthält auch die Ortskurve der normierten **Admittanz**  $\underline{Y} = G + jB = 1/\underline{Z}$ . Der Realteil  $G$  der Admittanz heißt **Konduktanz**, der Imaginärteil  $B$  heißt **Suszeptanz**. Ob man nun mit der Impedanz (und ihren Komponenten Resistanz und Reaktanz), oder mit der Admittanz (und ihren Komponenten Konduktanz und Suszeptanz) arbeitet, ist Geschmacksache; die Umrechnung zwischen beiden Welten ist einfach. Zur Berechnung der Lagerabsorption ergibt die Admittanz die kürzeren Formeln, sie wird deshalb im Folgenden verwendet. Die am Lager absorbierte Leistung steht für die reflektierte Welle nicht mehr zur Verfügung, außer Phasendrehungen verursacht jedes Lager auch Absorption (Dämpfung). Der **Absorptionsgrad**  $a^2$  gibt den relativen Anteil der vom Lager irreversibel aufgenommenen Wirkleistung an:

$$a^2 = 1 - r^2 \qquad a^2 = \text{Leistungsabsorptionsgrad}, \quad r^2 = \text{Leistungsreflexionsgrad}.$$

Beide Größen hängen quadratisch von den jeweiligen -Faktoren ab: Beträgt der Reflexionsfaktor z.B.  $r = 50\%$ , werden 25% der Leistung reflektiert, und 75% absorbiert:  $a^2 = 0.75$ . Die von einem Zweipol aufgenommene **Wirkleistung**  $P_W$  kann auf vier Arten angegeben werden:

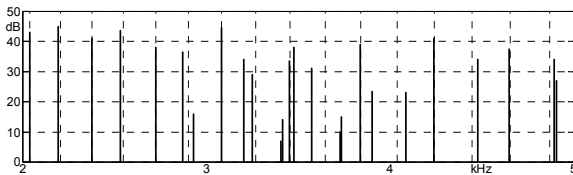
$$P_W = \tilde{F}^2 \cdot G = \tilde{v}^2 \cdot R = \tilde{F}^2 \cdot \frac{R}{(R + jX)^2} = \tilde{v}^2 \cdot \frac{G}{(G + jB)^2} \qquad \text{Wirkleistung}$$

Beim Saitenlager errechnet sich der Lager-Leistungsabsorptionsgrad zu:

$$a^2 = \frac{4 \cdot WG}{(WG + 1)^2 + (WB)^2} \approx 4 \cdot WG \qquad \text{Lager-Leistungsabsorptionsgrad}$$

Nimmt man ein relativ unnachgiebiges Lager mit kleiner Konduktanz und kleiner Suszeptanz an, ist die Leistungsabsorption proportional zur Konduktanz. Messungen von Fleischer [2006] zeigen, dass zumindest die Konduktanz zumeist unter 0,01 s/kg liegt, das ist klein im Vergleich gegen den Kehrwert des Wellenwiderstandes üblicher Saiten (1 – 10 s/kg). Messwerte zur Suszeptanz werden bei Fleischer nicht explizit angegeben, die Größenordnung ist bei kreisförmigen Ortskurven aber vergleichbar. Bei dem in Abb. 7.38 vorgestellten Beispiel erreicht die Konduktanz im minimalphasigen System Werte knapp über 0,15 s/kg, die Absorption ist allerdings untypisch groß gewählt, um die Kurven gut darstellen zu können. Bei der allpasshaltigen Reflexion ergeben sich aber ganz andere Verhältnisse: Hier entstehen Konduktanzwerte, die größer sind als der Kehrwert des Wellenwiderstandes. Ursache hierfür sind die schon erwähnten Dehnwellen, die fast die Hälfte der am Lager ankommenden Transversalwellenleistung absorbieren können (Kap. 7.5).

Die (zumindest theoretisch) große Bedeutung der Allpasshaltigkeit zeigt die folgende Messung, die schon in Abb. 7.34 zu sehen war. In **Abb. 7.39** ist ein Ausschnitt aus dem Spektrum einer auf 152 Hz gestimmten Saite zu sehen. Die vertikalen Gitterlinien sind den berechneten Teiltonfrequenzen zugeordnet, wie sie eine starr eingespannte biegesteife Saite hätte. Die von der Biegesteifigkeit verursachte Teiltonspreizung ist hier also berücksichtigt, trotzdem ist die Übereinstimmung eher schlecht: 8 Teiltonfrequenzen liegen deutlich neben den berechneten Werten, und 9 Linien sind zusätzlich vorhanden. Die Ursache sowohl der Abweichung als auch der Teiltonerzeugung ist die **Phase des Reflexionsfaktors**: Minimalphasige Nullstellen erzeugen **Verstimmung**, Allpassverhalten generiert **Zusatztöne**.



**Abb. 7.39:** Spektrum einer angeschlagenen Saite, die mit 45° Knickwinkel über die Lagerstege läuft.

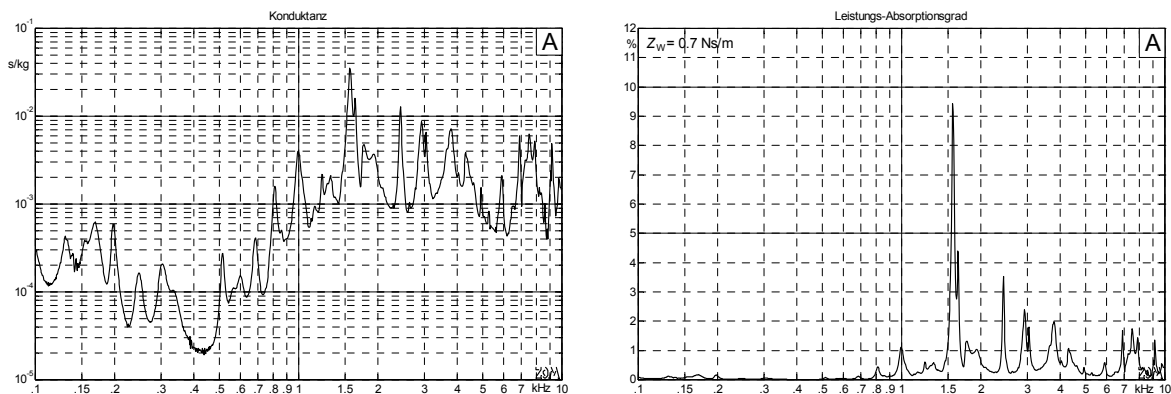
Die klangliche Wirkung eines **Zusatztones** darf man sich aber nicht so vorstellen, dass neben dem Gitarrenton ein unharmonischer Störton hörbar würde. Ist der Pegel des Zusatztones gering, bleibt er gänzlich unhörbar. Quantitativ ist diese Aussage nur sehr schwer zu leisten, die psychoakustischen Verdeckungsmechanismen sind bei komplexen Klängen selbst sehr komplex. Einfacher ist deshalb die qualitative Aussage: Es gibt in jedem Gitarrenton Teiltöne, die zwar im Spektrum sichtbar sind, aber trotzdem unhörbar bleiben. Werden sie (bei ausreichendem Pegel) hörbar, dann nicht als Störton, sondern als Klangfarbenänderung. Entsteht neben einem 3406-Hz-Ton ein zusätzlicher 3416-Hz-Ton, kann in dieser Frequenzlage eine Schwebung hörbar werden. Da inharmonische (gespreizte) Spektren aber sowieso schon leicht schwebend klingen, verändert das Hinzufügen eines Zusatztones, dessen Pegel im Rahmen bleibt, den Klang höchstens marginal. Für die typische Aufführungspraxis ist diese Pauschalaussage nicht näher quantifizierbar, weil zu viele Unbekannte Einfluss nehmen: Filter, Verstärker, Lautsprecher, Raumresonanzen u.v.a.m.

Macht es dann überhaupt noch Sinn, Gitarren-Schwingungen zu messen, wenn letztlich doch (noch) keine quantitative Aussage über den Klang möglich ist? Selbstverständlich können Messungen nur Ergänzungen zu Hörversuchen sein, und kein Ersatz. Schwingungsmessungen unterstützen (oder widerlegen) Modellannahmen, und liefern damit Bausteine für ein psychoakustisches Klangmodell. Das zur Zeit zwar nur in rudimentärer Form existiert, aber mit dem Fortschritt der Erkenntnisse Gestalt gewinnt. Aus theoretischer Sicht ist die genaue Kenntnis des Reflexionsvorgangs natürlich schon wichtig, erlaubt sie doch, Ursachen für Abnormalitäten zu definieren, auch wenn diese nicht in jedem Fall hörbar werden. Es beruhigt, wenn man ein unerwartetes Ergebnis dem untersuchten Objekt zuordnen kann, und nicht als Fehler seines Equipments einordnen muss. Den man zwar "systemimmanentes Artefakt" nennen dürfte, der aber gleichwohl störend wäre. Bei der Spektralanalyse, und die ist ja die Grundlage jeder Teiltonermittlung, gibt es viele **Artefakte**, die das Endergebnis massiv beeinflussen können. Das nach dem klassischen Fourier-Integral berechnete Spektrum existiert bei realen Tönen überhaupt nicht: Man müsste unendlich lang warten, das will kaum einer. Gewichtung mit Fensterfunktionen schafft Approximationen in endlicher Zeit, aber auf Kosten der Eindeutigkeit. Kap. 7.6 widmet sich ausführlicher der messtechnischen Analytik, vorher sollen aber erst noch Konduktanz- und Absorptionsmessungen realer Gitarren vorgestellt werden, um neben aller Theorie auch quantitative Messergebnisse zu zeigen.

### 7.5.4 Messergebnisse

Das Messen mechanischer Sattelparameter ist kompliziert, weil einerseits Modenkopplungen und Dispersion für eine große Parametervielfalt sorgen, und andererseits an die Messgenauigkeit sehr hohe Anforderungen zu stellen sind: Es ist ein Unterschied, ob 99,8% oder 99,9% der einfallenden Energie reflektiert werden. Bei nur 0,5% Messungenauigkeit könnten somit Reflexionsgrade über 100% herauskommen, was natürlich unsinnig ist. Abkling-Analysen scheinen da eine willkommene Alternative zu bieten, erlauben aber immer nur Aussagen über *beide* Seitenlager; eine Differenzierung in Stegsattel / Kopfsattel ist hiermit nicht möglich. Auch das Messen der mechanischen Sattelimpedanz bzw. -admittanz liefert nur Teilinformationen, weil Biegekopplungen (Kap. 2.7) und Dehnwellenerregung nicht erfasst werden. Die folgenden Messergebnisse sind deshalb nur ein erster Schritt auf dem Weg zur analytischen Beschreibung des Reflexionsvorgangs.

In **Abb. 7.40** sind Messergebnisse einer Les Paul Standard dargestellt. Zur Messung waren alle 6 Saiten aufgezoogen, die Gitarre lag mit einem Mousepad als Zwischenlage auf einem Steintisch, die Impedanzmessung erfolgte mit einem Shaker B&K-4810 und einem Impedanzkopf B&K-8001. Der Taststift des Impedanzkopfes war auf das Stegböckchen der A-Saite so aufgesetzt, dass die griffbrettnormale Impedanz gemessen werden konnte. Die doppellogarithmische Darstellung zeigt viele Resonanzmaxima, die aber nicht in allen Details interessieren – der Absorptionsgrad ist deshalb mit *linearer* Ordinatenenteilung dargestellt, um den Blick auf das Wesentliche zu lenken.

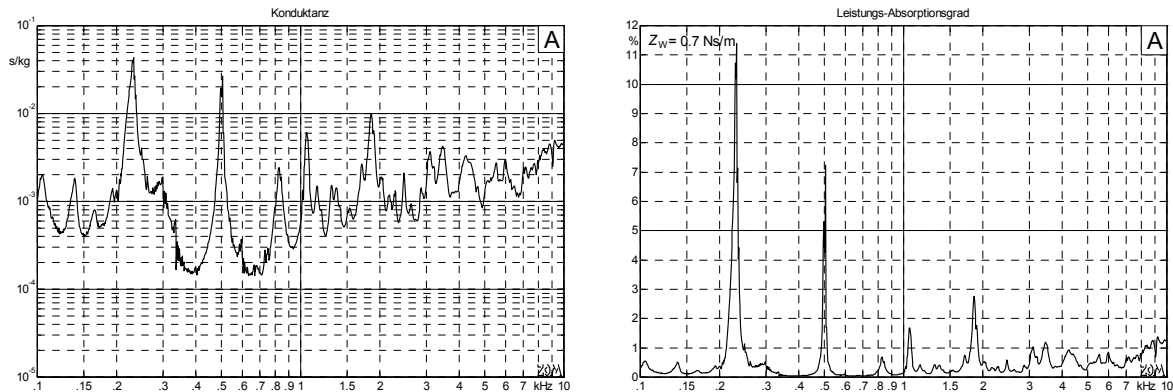


**Abb. 7.40:** Konduktanz  $G$  und Absorptionsgrad  $a^2$ , gemessen am Stegsattel (A2) der Gibson Les Paul Standard.

Wesentlich ist: Unter ca. 1 kHz ist die Absorption sehr gering, über 1 kHz zeigen sich mehrere selektive Absorptionsmaxima. Der Absorptionsgrad ist für einen Wellenwiderstand von 0,7 Ns/m berechnet, das entspricht etwa einer A-Saite. Nimmt man an, dass der Kopfsattel genauso wie der Stegsattel absorbiert\*, so würde pro Grundschwingungsperiode (also je 9 ms) zweimal der Absorptionsverlust auftreten; mit  $a^2 = 9.5\%$  ergäbe das einen Dämpfungsanstieg von 95 dB/s. Andererseits erhielte man mit z.B.  $a^2 = 0,1\%$  gerade einmal 1 dB/s. Dieses Beispiel zeigt die Bandbreite der Absorption: 1 dB/s wären für normales Gitarrenspiel so gut wie nicht vorhanden ("unendliches Sustain"), 95 dB/s bedeutete hingegen sofortigen Tonverlust. In der Realität darf jedoch nicht davon ausgegangen werden, dass Kopf- und Stegsattel gleichartig absorbieren, deshalb sind zusätzliche Messungen am Kopfsattel erforderlich (siehe Abb. 7.41).

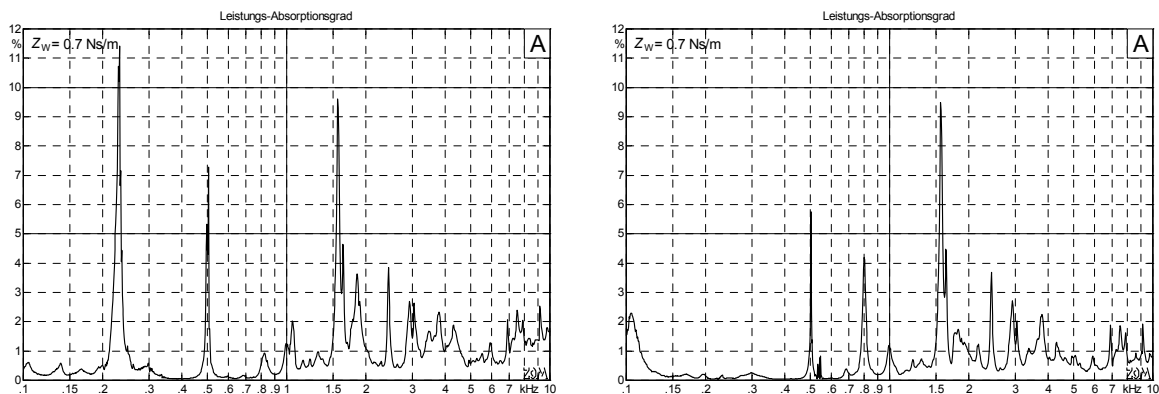
\* was allerdings nicht der Realität entspricht, siehe später.

In **Abb. 7.41** ist ergänzend das Absorptionsverhalten des Kopfsattels der Les Paul dargestellt. Hier zeigt sich die stärkste Absorption im tieffrequenten Bereich, wobei natürlich immer zu berücksichtigen ist, inwieweit die doch sehr selektiven Absorptionsmaxima mit Teiltonfrequenzen der Saiten zusammenfallen [vergl. auch Fleischer 2001].



**Abb. 7.41:** Konduktanz  $G$  und Absorptionsgrad  $a^2$ , gemessen am Kopfsattel (A2) der Gibson Les Paul Standard.

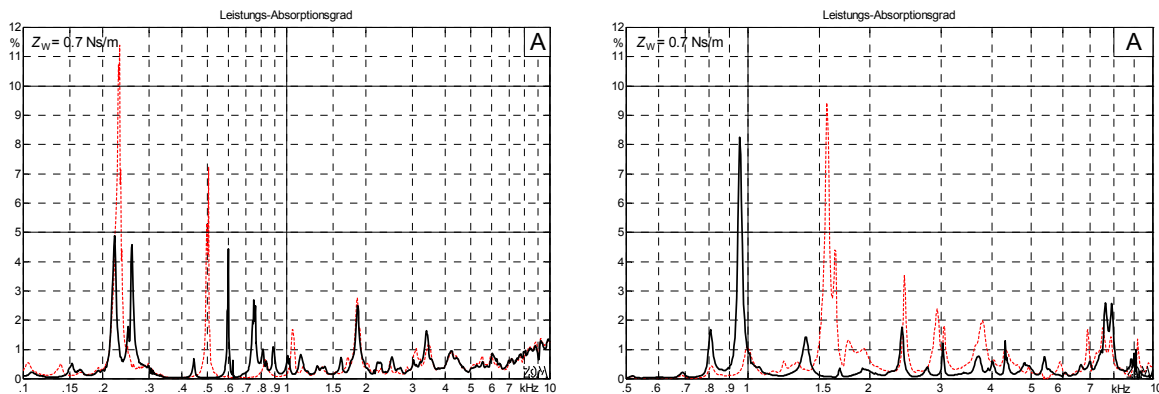
Fasst man die Absorptionsgrade von Kopf- und Stegsattel rechnerisch zusammen, erhält man die in **Abb. 7.42** dargestellten Kurven. Was verursacht diese extremen Absorptionsmaxima? Etwas vereinfachend zusammengefasst: **Die tieffrequenten Absorptionen kommen von Halsresonanzen, die hochfrequenten von Stegresonanzen.** Dass Gitarrenhalse nicht resonanzfrei gebaut werden können, hat Fleischer in mehreren seiner Arbeiten anschaulich dargestellt. Dass auch Gibsons vielgerühmte Tune-O-Matic-Bridge bei einigen Frequenzen als effizienter Schwingungstilger wirkt, überrascht zunächst, ist aber letztlich als Zugeständnis an die Verstellbarkeit zu werten: Viele Einzelteile, viele Resonanzen.



**Abb. 7.42:** Gesamtabsorptionsgrad für eine Grundschwingungsperiode (A-Saite). Links: Saite am Kopf- und Stegsattel aufliegend. Rechts: Saite am 12. Bund und am Stegsattel aufliegend. Gibson Les Paul Standard.

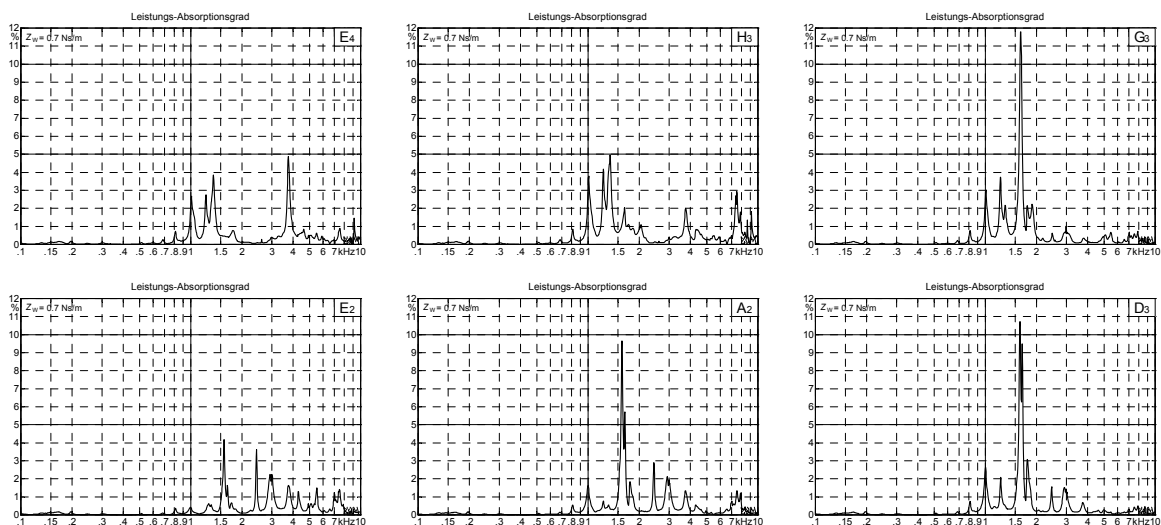
Fleischer konnte bei seinen Les-Paul-Analysen bei 208 Hz und 445 Hz Biege-Eigenformen des Halses beobachten, was gut zu den oben dargestellten Absorptionsspektren passt. Für 208 Hz ergibt sich am Steg und am 10. Bund ein Knoten, für 445 Hz zeigen sich drei Knoten: Am Steg, am 12. und am 2. Bund. Dass die Messergebnisse nicht exakt übereinstimmen, ist verständlich: Einerseits war es nicht dieselbe Gitarre, andererseits war die Lagerung unterschiedlich. Es gibt aber ein einfaches Verfahren, um den Gitarrenhals als Ursache der Absorptionen eindeutig zu verifizieren: Man verstimmt ihn mit einer Zusatzmasse:

Hierfür wurde an die Kopfplatte der Les Paul eine 250 g schwere Schraubzwinge montiert, wodurch sich die niederfrequenten Resonanzen tatsächlich verstimmen lassen (**Abb. 7.43**). Auf die höherfrequenten Resonanzen hat diese Zusatzmasse allerdings wenig Einfluss, denn die höherfrequenten Absorptionsmaxima werden nicht von Hals-, sondern von Stegresonanzen verursacht. Dies verdeutlichen Messungen, bei denen einen Metallklammer an den Steg montiert wurde (**Abb. 7.43** rechts). Etwas vereinfacht folgt daraus: Unter 1 kHz bilden Halsresonanzen, über 1 kHz Stegresonanzen selektive Schwingungsabsorber.



**Abb. 7.43:** Gibson Les Paul Standard, A-Saite. Aus der Konduktanzmessung berechneter Absorptionsgrad. Linkes Bild: Kopfsattel-Absorptionsgrad, Schraubzwinge an die Kopfplatte montiert (—), bzw. ohne (----). Rechtes Bild: Stegsattel-Absorptionsgrad, kleine Klammer an den Steg montiert (—), bzw. ohne (----).

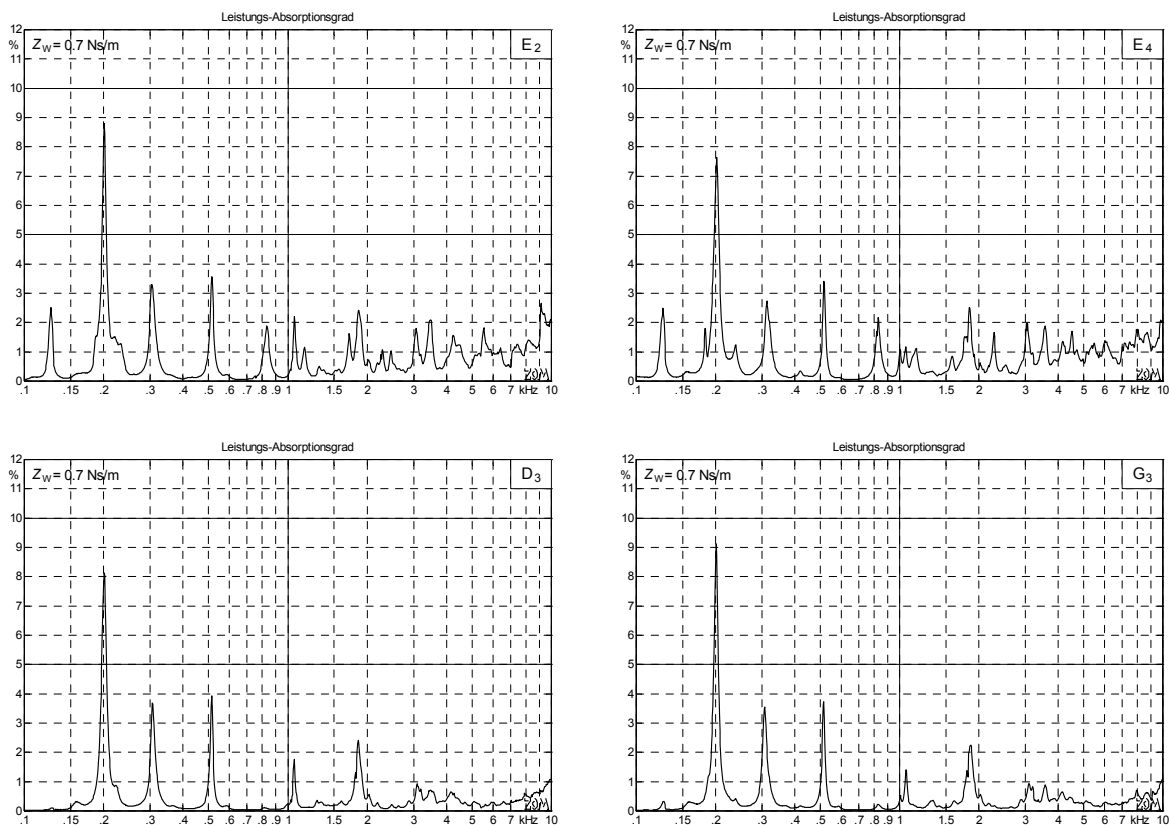
An dieser Stelle soll keine detaillierte Modalanalyse erfolgen, sondern nur das prinzipielle Absorptionsverhalten von Kopf- und Stegsattel beispielhaft erläutert werden. Die genaue Form der Absorptionsspektren hängt von allen beteiligten Massen, Federn und Dämpfern ab, und ist gitarren- und saitenpositionsspezifisch. Bei Gibsons Tune-O-Matic-Bridge darf man gleiche Massen bei allen 6 Stegreiten vermuten, aber schon deren Position auf der Stellschraube und die individuelle Auflagefläche (Oberfläche!) ist saitenpezifisch. Die Brücke selbst, also der Träger, auf dem die Reiter aufliegen, vollführt im höherfrequenten Bereich Eigenschwingungen, die aber nicht von jedem Punkt aus gleich gut angeregt werden können: In einem Knoten ist die Admittanz gering, und die Anregbarkeit schlecht. Die Konduktanz des A-Reiters wird deshalb im Detail anders aussehen als die Konduktanz des D-Reiters:



**Abb. 7.44:** Gibson Les Paul Standard: Absorptionsgrad-Spektren der einzelnen Steg-Auflagepunkte.

Als Gemeinsamkeit aller 6 Messungen erkennt man in **Abb. 7.44** im unteren Frequenzbereich eine sehr geringe Absorption – erst über ca. 1 kHz zeigen sich dann individuelle Absorptionsmaxima. Die Höhe dieser Maxima ist von der gemessenen Konduktanz und vom **Wellenwiderstand** abhängig, der bei allen Abbildungen einheitlich mit 0.7 Ns/m zugrundegelegt wurde. Das ist typisch für eine A-Saite, bei allen anderen Saiten müsste eigentlich ein anderer Wellenwiderstand eingesetzt werden. Das Abklingverhalten der Saite hängt aber außer vom Absorptionsgrad auch noch von ihrer Grundfrequenz ab, und da Saitengrundfrequenz und Wellenwiderstand in etwa reziprok zueinander sind, ist eine saitenspezifische Betrachtung beim ersten Schritt nicht zwingend erforderlich.

Dass jedoch das Absorptionsspektrum für jeden Stegreiter der Tune-O-Matic-Bridge anders aussieht, ist angesichts individueller Passungen und Positionen nachvollziehbar. Beim Kopfsattel würde man hingegen derartige Unterschiede eher nicht erwarten, da hier alle 6 Saiten auf demselben Kunststoffstreifen aufliegen. **Abb. 7.45** zeigt aber, dass auch hier Unterschiede zu finden sind: In der Mitte des Halses, für die D- bzw. G-Saite, ist im höheren Frequenzbereich die Absorption kleiner als am Rand (E<sub>2</sub>- bzw. E<sub>4</sub>-Saite). Vermutlich können von den distalen Saiten (im Gegensatz zu den mesialen\* Saiten) Torsionsschwingungen des Halses effizienter angeregt werden [Fleischer 2001].



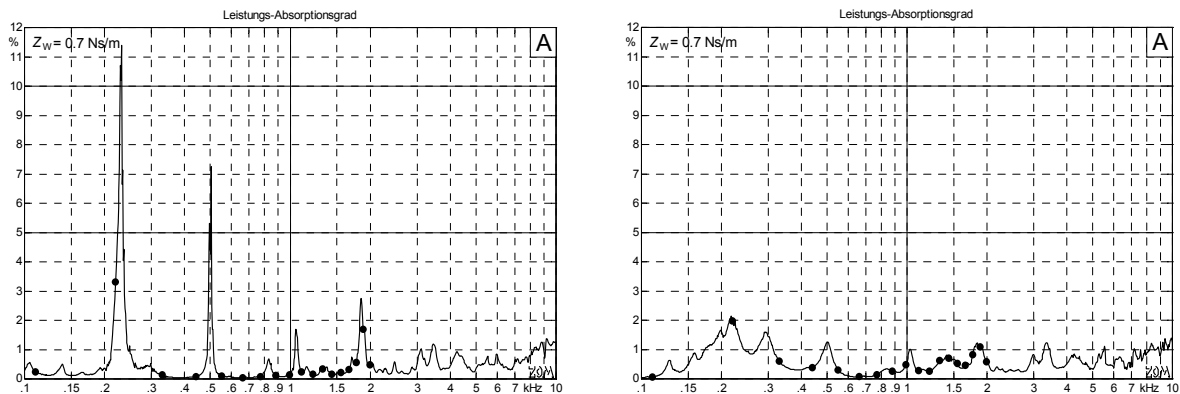
**Abb. 7.45:** Gibson Les Paul Standard: Für den Kopfsattel ermittelte Absorptionsgrad-Spektren.

Wenn man Sattelabsorptionen analysiert, darf ein wesentlicher Absorber nicht vergessen werden: **Der Gitarrist**. Zur Ermittlung der o.a. Absorptionsspektren war die Gitarre dämpfungsarm auf dem Steintisch gelagert, im Folgenden werden auch externe Absorber berücksichtigt.

\* Mesial: zur Mitte hin angeordnet; distal: nach außen hin angeordnet.

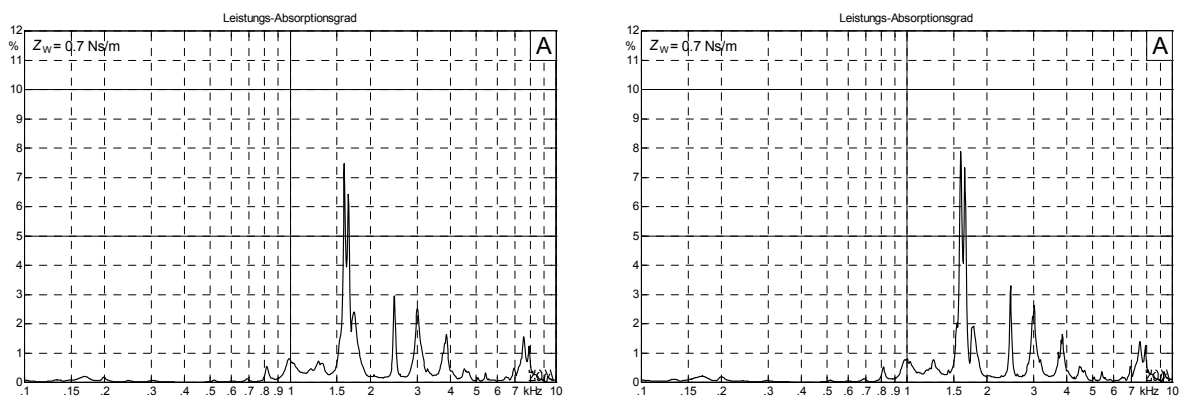


Im Wesentlichen wirken zwei **externe Absorber** auf die Gitarre ein: Mit einem Teil ihrer Rückseite liegt sie am Körper des Gitarristen an, außerdem wird ihre Halsrückseite durch die Greifhand bedämpft. Um diese Absorber ungefähr nachzubilden, wurde die Gitarre so auf den Steintisch gelegt, dass ihre kraniale Rückseitenhälfte großflächig auf einen weichen Mousepad auflag, zusätzlich umfasste eine Hand den rückwärtigen Gitarrenhals am 5. Bund. Die Auswirkungen dieser Zusatzdämpfung sind in **Abb. 7.46** dargestellt.



**Abb. 7.46:** Gibson Les Paul Standard: Für den Kopfsattel ermittelte Absorptionsgrad-Spektren (A2-Rille). Linkes Bild: Gitarre dämpfungsarm gelagert. Rechtes Bild: Mit typischen externen Absorbieren. Einige Teiltonfrequenzen der A-Saite sind mit Punkten markiert ( $f_G = 110\text{Hz}$ ).

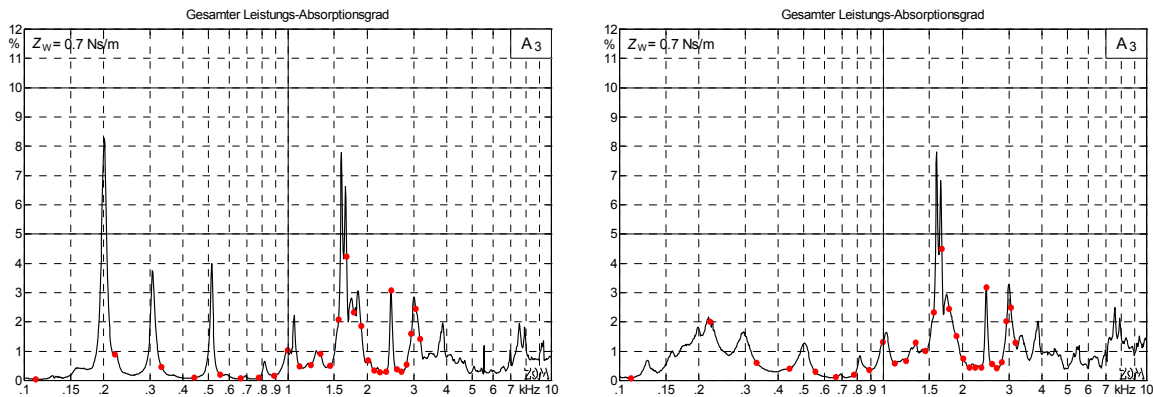
Die Zusatzabsorber verkleinern die Maxima des Absorptionsgrad-Spektrums, und verbreitern die Zacken. Inwieweit die Absorber das Ausschwingen der Saite beeinflussen, darf aber nicht aus den Absorptionsmaxima abgeleitet werden – vielmehr ist (zumindest näherungsweise) der Absorptionsgrad an den mit Punkten markierten Teiltonfrequenzen die relevante Größe. Speziell bei der dämpfungsarm gelagerten Gitarre ist gut zu erkennen, dass bereits eine geringfügige Verstimmung der Saite eine deutliche Änderung im Absorptionsgrad bewirken kann. Dies gilt selbstverständlich auch bei einer Modifikation der Korpus- / Halsparameter.



**Abb. 7.47:** Gibson Les Paul Standard: Für den Stegsattel ermittelte Absorptionsgrad-Spektren (A2-Reiter). Linkes Bild: Gitarre dämpfungsarm gelagert. Rechtes Bild: Mit typischen externen Absorbieren.

Das Absorptionsverhalten des Stegsattels (**Abb. 7.47**) lässt sich hingegen praktisch nicht vom Gitarrist beeinflussen, weil der Steg beim Gitarrespielen nicht berührt wird. Hingegen ändern sich einige Absorptionsmaxima, wenn der Steg im Rahmen seines toleranzbedingten Spiels verschoben wird (vergl. mit Abb. 7.40).

Durch Kombination von Steg- und Kopfsattelabsorption gelangt man zum Gesamt-Absorptionsgrad einer Saite, also zu der Größe, die den Energieverlust pro Grundschwingungsperiode angibt (Abb. 7.48).



**Abb. 7.48:** Gibson Les Paul Standard: Gesamt-Absorptionsgrad der A-Saite, ohne (links) bzw. mit (rechts) Handdämpfung. Aus Konduktanzmessungen berechnete Frequenzabhängigkeit.

In **Abb. 7.48** ist der Gesamt-Absorptionsgrad für zwei Fälle dargestellt: Für einen freischwingenden Gitarrenhals, und für einen durch die Greifhand bedämpften Hals. Die A<sub>2</sub>-Saite hat eine Grundfrequenz von 110 Hz, also eine Grundperiode von 9.1 ms. Wenn die Saite pro Grundperiode 8% ihrer Schwingungsenergie verlöre, fiel ihr Schwingungspegel pro Sekunde um 40 dB ab – das wäre schon eine starke Bedämpfung. Für 1% Verlust ergäben sich 4.8 dB, für 0.1% Verlust 0.5 dB Pegelabfall pro Sekunde. Hierbei sind aber noch zwei weitere Prozesse zu beachten: Der Absorptionsgrad ist nur an den Frequenzstellen von Bedeutung, an denen Eigenschwingungen (Teilschwingungen, Teiltöne) der Saite auftreten, und außer der Lagerabsorption wirken noch weitere Absorptionsmechanismen (Kap. 7.7).

Der unbedämpfte Hals der hier untersuchten Gitarre hat ein ausgeprägtes Konduktanz- bzw. Dämpfungsmaximum bei 200 Hz – das ist nahe beim 2. Teilton (220 Hz) der A<sub>2</sub>-Saite. Falls sich diese Resonanzfrequenz (oder, z.B. beim Tieferstimmen, die Teiltonfrequenz) auch nur um wenige Prozent verstimmt, ändert sich die Absorption für diesen Teilton wesentlich. Alle im Bild erkennbaren Maxima sind relativ schmalbandig, so dass die sich letztlich ergebende Teiltöndämpfung stark von winzigen Verstimmungen abhängt. Hält man die Greifhand an die Rückseite des Gitarrenhalses – beim Spielen nicht ungewöhnlich – so verbreitern sich die tiefrequenten Zacken, die extreme Frequenzabhängigkeit nimmt etwas ab. Die Dämpfung der ersten 5 Teiltöne wird hierdurch aber vergrößert.

Zuletzt soll nicht unerwähnt bleiben, dass bei umspannenen Saiten die exakten Frequenzen der Saiten-Teilschwingungen (Teiltöne) sowohl vom Saitendurchmesser, als auch vom Verhältnis Kern- zu Umspinnungs-Durchmesser abhängen. Der Inharmonizitäts-Parameter (*b* in Abb. 1.7) bestimmt die Spreizung des Spektrums, und damit die genaue Lage der einzelnen Teiltöne. **Die Dämpfung eines bestimmten Teiltons ist deshalb eine sehr fragile, von vielen Parametern abhängige Größe, die nicht als Gitarren-Konstante anzusehen ist.**

Kap. 7.7 und 7.12 beschäftigen sich eingehender mit den einzelnen Dämpfungsmechanismen.