

### 4.3 Materie im Magnetfeld

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, Felder in Analogie zu Materieflüssen (Wasserkreis) mit einer **Potentialgröße** und einer **Flussgröße** zu beschreiben. Die Begriffe *Fluss* und *fließen* sind im übertragenen Sinn zu verstehen, im Gegensatz zum Wasserkreis findet im Magnetkreis kein gegenständlicher Fluss statt. Beim Wasserkreis ist der skalare Druck die Antriebsgröße. Wenn der Druck nicht in der gesamten Flüssigkeit gleich ist, sondern ortsabhängig variiert, ergeben sich vektorielle Druckdifferenzen (bzw. -Gradienten) und Kräfte auf die Mediumteilchen, die sich daraufhin entgegen der Gradientenrichtung in Bewegung setzen (fließen). Der Druck kann hierbei als Skalarpotential interpretiert werden, sein Gradient wäre der Feldstärke vergleichbar. Wie schnell die Flüssigkeit fließt, geht aus dieser Betrachtung aber noch nicht hervor, hierzu müssen auch noch mediumkennzeichnende Größen wie z.B. Zähigkeit und Trägheit (sowie Randbedingungen) berücksichtigt werden.

Ganz ähnlich im **elektrischen** Stromkreis: Der Gradient des elektrischen Skalarpotentials ist die elektrische Feldstärke, deren Linienintegral die Spannung ergibt. Um von einer gegebenen Spannung (bzw. Feldstärke) auf den Stromfluss schließen zu können, muss die Materialgröße "Impedanz" (bzw. "Admittanz") bekannt sein. Und nicht anders im **Magnetkreis**: Die magnetische Spannung (bzw. Feldstärke) ist die Antriebsgröße, der magnetische Widerstand des Materials bestimmt die Menge des Magnetflusses. Dieser Fluss ist – wie gesagt – immateriell und damit (wie alle anderen Magnetgrößen) unsichtbar. Solange das gesamte Magnetfeld in ein und demselben Material verläuft, könnte auf die Einführung eines Flusses auch verzichtet werden. Sobald aber mehrere Materialien zu berücksichtigen sind, bringt eine Flussbetrachtung Vorteile. Besonders anschaulich ist hierbei die **Kontinuitätsbedingung**: Sie besagt, dass bei einer inkompressiblen Flüssigkeit der summierte Knotenzufluss null ist. Wenn ein Knoten drei Rohre verbindet, und im ersten Rohr  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  zufließen, während im zweiten Rohr  $4 \text{ m}^3/\text{s}$  zufließen, dann müssen im dritten Rohr  $-9 \text{ m}^3/\text{s}$  zufließen, d.h.  $+9 \text{ m}^3/\text{s}$  abfließen. Dieser Satz ist auch als 1. Kirchhoffscher (Knoten-) Satz bekannt geworden. Nach dem gleichem Prinzip teilt sich der Strom am Leitungsknoten, und der Magnetfluss an der Materialverzweigung.

Schon ohne Verzweigung liefert die Flussgröße anschauliche Hinweise: Auch wenn in einem Rohr, dessen Wände undurchdringlich sind (!), der Querschnitt variiert, oder der Strömungswiderstand ortsabhängig ist, so fließt doch (bei inkompressibler Flüssigkeit) durch jeden Querschnitt dieselbe Menge. Entsprechend in der Elektrotechnik: Durch zwei in Reihe geschaltete Widerstände fließt derselbe Strom, auch wenn sich die Ohmwerte unterscheiden.

Die Potentialgröße ist integral und differentiell definiert. Die integralen Größen sind im Wasserkreis der Druck und die örtliche Druckdifferenz; die differentielle Größe ist der Druckgradient. Auch die Flussgröße ist integral und differentiell definiert: Als (Gesamt-) Fluss (beim Wasser z.B.  $\text{m}^3/\text{s}$ ), und als **Flussdichte**, d.h. Fluss pro querstehender Fläche ( $\text{m}/\text{s}$ ). Den Bezug zwischen differentieller Potential- und Flussgröße liefert die **spezifische Leitfähigkeit**, bzw. der hierzu reziproke **spezifische Widerstand**. "Spezifisch" meint hier sowohl materialspezifisch, aber auch volumenspezifisch.

Beim Wasserkreis ist der Quotient aus Druckgradient und Flussdichte der spezifische Strömungswiderstand. Ist dieser groß, fließt wenig Wasser. Je zäher das Medium, desto größer der spezifische Widerstand, desto langsamer die Strömung. Beim elektrischen Strom gibt der Quotient aus elektrischer Feldstärke (in  $\text{V}/\text{m}$ ) und Stromdichte (in  $\text{A}/\text{m}^2$ ) den spezifischen Widerstand (in  $\Omega\text{m}$ ). Schlechte Leiter haben einen hohen spezifischen Widerstand, sie sind "hochohmig". Die spezifische Leitfähigkeit ist reziprok zum spezifischen Widerstand definiert, beim Stromkreis ist sie der Quotient aus Stromdichte und elektrischer Feldstärke.

Im **Magnetkreis** heißt die spezifische Leitfähigkeit **Permeabilität**  $\mu$ , sie ist der Quotient aus magnetischer Flussdichte  $B$  und magnetischer Feldstärke  $H$ :

$$B/H = \mu = \mu_r \cdot \mu_0 \qquad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1.257 \mu\text{H/m} \qquad \text{Permeabilität } \mu$$

Häufig zerlegt man die Permeabilität  $\mu$  in zwei Faktoren: In die absolute Permeabilität  $\mu_0$ , und in die dimensionslose relative Permeabilität  $\mu_r$ . Die absolute Permeabilität, die auch magnetische Feldkonstante heißt, wird in der Einheit Vs/Am angegeben, oder in Henry / Meter (H/m). Hierbei ist Vorsicht geboten: Das kursive  $H$  ist das Formelzeichen für die Feldstärke, das gerade  $H$  steht für die Einheit Henry (1H = 1Vs/A). Manchmal wird Henry auch mit Hy abgekürzt, um Verwechslungen zu vermeiden. Mit  $\mu\text{H}$  ist ein **Mikrohenry** gemeint, also  $10^{-6}$  H. Wiederum ist zu unterscheiden: Das kursive  $\mu$  ist die Permeabilitätsgröße, das gerade  $\mu$  ist ein Vorsatzzeichen mit der Bedeutung "Millionstel".

Die relative Permeabilität von Vakuum ist 1. Somit kann  $\mu_0$  auch als Permeabilität des Vakuums interpretiert werden. Auch in Luft kann  $\mu_0$  mit sehr guter Genauigkeit verwendet werden. Bei vielen Materialien weicht  $\mu_r$  nur sehr wenig von 1 ab; in diesem Fall ist von unmagnetischen Materialien die Rede. Die Physik teilt etwas genauer in paramagnetische und diamagnetische Materialien auf, diese Unterscheidung ist hier aber nicht erforderlich. Für **magnetische Materialien** (Magnetmaterialien) gilt  $\mu_r \gg 1$ . Bei der Elektrogitarre fallen hierunter alle Eisen- und Stahlteile, sowie alle Dauermagnete. Magnetwerkstoffe, die schon durch schwache Felder magnetisiert werden können, nennt man **weichmagnetisch**; das Gegenteil hierzu ist **hartmagnetisch**. Die Grenze, ab wann ein Stoff hartmagnetisch ist, lässt sich nur ungefähr angeben ( $H_C > 1\text{kA/m}$ , siehe später).

Die **Permeabilität**  $\mu$  ist die magnetische Leitfähigkeit. Ein Material mit einem großen  $\mu$  hat eine gute magnetische Leitfähigkeit, schon bei kleiner Feldstärke kann die Flussdichte  $B$  relativ hoch werden. Im Stromkreis würde man analog von einem leitfähigen, niederohmigen Material sprechen. Wenn Materialien mit unterschiedlicher Leitfähigkeit in Flussrichtung gesehen nebeneinander (parallel) liegen, tritt in dem besser leitenden Material der größere Flussanteil auf. Bei zwei parallelgeschalteten Widerständen fließt im niederohmigen mehr Strom, bei einer parallel-liegenden Luft/Eisen-Schicht wird fast der ganze Magnetfluss auf das Eisen fokussiert, denn dessen  $\mu$  ist wesentlich größer als  $\mu_0$ .

Der durch eine querstehende Fläche  $S$  hindurchtretende elektrische Strom ist  $J \cdot S$ , also elektrische Stromdichte mal Fläche, und in gleicher Weise ergibt sich der magnetische **Fluss** als Produkt von magnetischer Flussdichte mal Fläche. Steht die Fläche nicht quer zur Richtung der Flussdichte, wird das Skalarprodukt gebildet; ist die Flussdichte ortsabhängig, muss integriert werden:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad \vec{B} = \frac{d\Phi}{dS} \cdot \vec{e}_\Phi \qquad \text{magnetischer Fluss } \Phi$$

Die Flussdichte ist der Quotient aus Fluss und durchflossener Fläche. Wenn als Grenzwert die Fläche gegen null geht, zeigt der Flussdichtevektor in Richtung des  $\Phi$ -Einheitsvektors.

Nur in sehr einfachen Fällen ist die Permeabilität  $\mu$  eine Konstante. In allen Fällen, in denen  $\mu_r$  deutlich von 1 abweicht, zeigt  $\mu$  eine starke nichtlineare Abhängigkeit von  $H$ . Für kleine  $H$ -Werte können sehr hohe  $\mu_r$ -Werte erreicht werden (über 10000). Mit zunehmender Feldstärke wird das Material dann "magnetisch gesättigt", und  $\mu_r$  nimmt ab. Damit darf das Magnetfeld aber nicht mehr als lineares System betrachtet werden, was weitreichende Konsequenzen hat: Es kommt zu **nichtlinearen Verzerrungen**, das Überlagerungsprinzip gilt nicht mehr, es gibt keine Übertragungsfunktion und keine Impulsantwort. Auch von Zeitinvarianz darf nicht mehr ausgegangen werden, denn die Speicherfähigkeit permanentmagnetischer Materialien führt zu Hysterese: Beim Erhöhen der Feldstärke entsteht ein anderer Fluss als beim Erniedrigen. Schließlich ist noch zu berücksichtigen, dass insbesondere in starken Magneten die Permeabilität richtungsabhängig ist;  $\mu_r$  wird in diesen anisotropen Materialien zum Tensor.

Im einfachsten Fall ist das Material **isotrop** und **linear**. Dann ist  $\mu_r$  eine Konstante, und die Feldrichtungen des  $\vec{B}$ - und  $\vec{H}$ -Vektors stimmen überein:  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ . Auch bei nichtlinearem  $B/H$ -Zusammenhang ist näherungsweise eine lineare Betrachtung möglich, wenn die Aussteuerung relativ klein ist (Linearisierung, Tangentennäherung, Taylor-Reihe). Sofern die Aussteuerung nicht mehr als klein angesehen werden darf, ist ein **isotrop/nichtlineares** Modell erforderlich;  $\mu$  wird hierzu als  $H$ -abhängige Kurvenschar definiert.

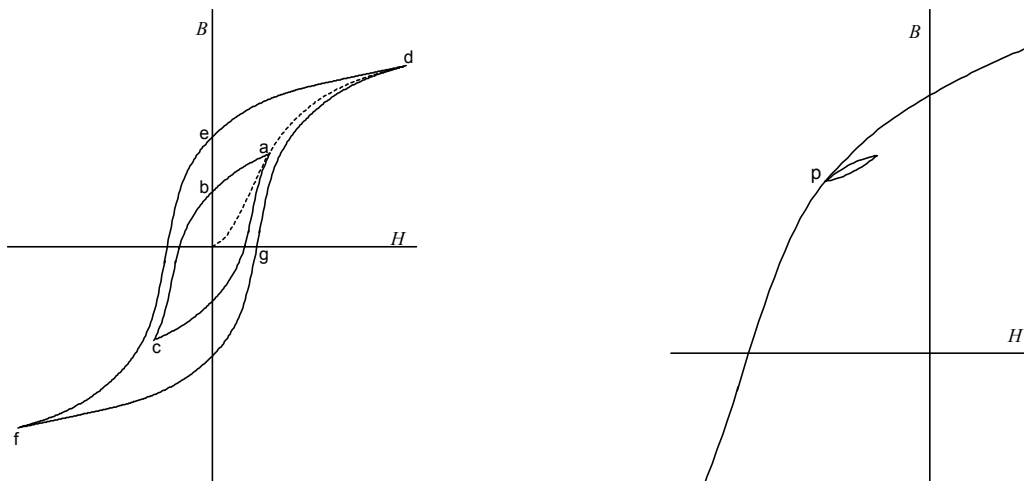
Beim **anisotrop/linearen** Modell ist  $\mu$  zwar von  $H$  unabhängig, hängt aber von der Raumrichtung (relativ zu den Kristallachsen) ab:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix} \cdot \vec{H} \quad \rightarrow \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix} \cdot \vec{H}$$

Durch Wahl eines geeigneten Koordinatensystems kann der  $\mu$ -Tensor so vereinfacht werden, dass nur noch drei Elemente übrig bleiben. Hierzu zeigt eine Koordinatenrichtung in die Vorzugsrichtung des Materials (das ist die Richtung mit dem größten  $\mu$ ); die anderen beiden  $\mu$ -Werte sind dann kleiner, und häufig untereinander gleich groß.

**Anisotrop/nichtlineare** Materialien sind nur mit großem Aufwand beschreibbar. Im einfachen Fall stellt man jede der drei  $\mu$ -Komponenten als  $H$ -abhängige Kurve bzw. Kurvenschar dar. Dabei wird aber nicht berücksichtigt, dass zwischen den drei Raumrichtungen nicht-lineare Kopplungen existieren können. Deren exakte Modellierung scheitert zumeist an der zu ungenauen Messtechnik und an der Parametervielfalt.

Materialien mit großem  $\mu_r$  werden **ferromagnetisch** genannt, weil zumeist Eisen (Ferrum) für die Magnetisierbarkeit sorgt. Daneben zeigen aber auch Kobalt und Nickel sowie einige seltene Erden und spezielle Legierungen magnetisches Verhalten. Ein Eisen-Einkristall ist anisotrop, sein  $\mu_r$  ist am größten in Richtung der Würfelkante. Da im unmagnetisierten (jungfräulichen) Zustand beim natürlichen Eisen aber alle Einzelkristalle in unterschiedliche Richtungen orientiert sind, ergibt sich in summa Isotropie (Quasiisotropie). Durch spezielle Herstellungsverfahren (z.B. Abkühlen im Magnetfeld, Auskristallisieren auf der Schreckplatte) kann aber anisotropes Verhalten gezüchtet werden.



**Abb. 4.6:** Ferromagnetische Magnetisierungskurven (linkes Bild).

Im unmagnetisierten Zustand sind Feldstärke  $H$  und Flussdichte  $B$  null (Ursprung). Vergrößert man  $H$  z.B. bis zum Punkt **a**, so erhöht sich  $B$  gemäß der gestrichelt gezeichneten Neukurve. Beim Nullsetzen von  $H$  geht  $B$  aber nicht auf null zurück, sondern auf den mit **b** markierten Wert. Durch Anlegen einer negativen Feldstärke gelangt man z.B. zum Punkt **c**, bei Feldumkehr wieder zu **a**. Vergrößert man die Feldstärke weiter, erreicht man über die Neukurve den Punkt **d**. Wird jetzt die Feldstärke null gesetzt, stellt sich eine remanente Flussdichte bei **e** ein. Das rechte Bild zeigt reversible Änderungen bei sehr kleiner Aussteuerung (Reversible Permeabilität).

In **Abb. 4.6** ist der nichtlineare  $B/H$ -Zusammenhang für ein ferromagnetisches Material dargestellt. Diese "**Hystereseschleife**" genannte Kurve ist nicht nur gekrümmt, sie zerfällt auch in zwei Äste: Nähert man sich einem bestimmten Feldstärkewert durch Vergrößern der Feldstärke (Annähern von links), so erhält man einen kleineren  $B$ -Wert als bei Annäherung durch Verkleinerung des  $H$ -Wertes (Annäherung von rechts). Die in **Abb. 4.6** dargestellte Schleife kann nur im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen werden.

Für betragsmäßig große Feldstärken konvergieren der aufsteigende und der abfallende Kurvenast gegen eine gemeinsame Asymptote – das Material ist magnetisch gesättigt. Wird aus dieser Sättigung heraus die Feldstärke null gesetzt, so bleibt als Ordinatenschnittpunkt eine permanente Flussdichte übrig, die Remanenz-Flussdichte oder kurz **Remanenz** genannt wird. In **Abb. 4.6** ist der Remanenzpunkt mit **e** eingezeichnet. Um die Flussdichte auf null zu reduzieren, muss eine Gegen-Feldstärke angelegt werden, die **Koerzitiv-Feldstärke** genannt wird. In älterer Literatur ist auch von "Koerzitivkraft" die Rede. In **Abb. 4.6** ist der Koerzitivpunkt als Abszissenabschnitt der äußersten Hystereseschleife mit **g** eingezeichnet.

Die Flussdichte folgt den in **Abb. 4.6** dargestellten Kurven nur bei monotoner  $H$ -Änderung. Wenn  $H$  im rechten Bild von **Abb. 4.6** – ausgehend von positiven Werten – zuerst bis zum Punkt **p** verringert wird, und anschließend wieder um einen kleinen Wert vergrößert wird, erfolgt der Rücklauf nicht auf dem groß eingezeichneten Hystereseast, sondern auf dem unteren Teil der schräg stehenden Lanzette. Die Rückkehr zu **p** erfolgt auf dem oberen Lanzettenabschnitt. Für sehr kleine Änderungen um den Arbeitspunkt **p** fallen sie Lanzettenabschnitte näherungsweise zusammen, ihre approximierte Steigung ergibt die **reversible Permeabilität**. Sie entspricht nicht dem Differentialquotient der  $B/H$ -Kurve, sondern ist kleiner als dieser (siehe Magnetodynamik).

### 4.3.1 Weichmagnetische Materialien

Weichmagnetische Materialien zeichnen sich durch eine schlanke Hystereseschleife, d.h. durch niedrige Koerzitiv-Feldstärke aus. Es fällt leicht, sie permanent zu magnetisieren, aber schon kleine externe Magnetfelder ändern diese Magnetisierung wieder auf neue Werte. Der Begriff *weichmagnetisch* soll diese leichte (magnetische) Beeinflussbarkeit zum Ausdruck bringen und bedeutet nicht zwangsläufig geringe Härte. **Eisen** ist der gebräuchlichste magnetisch weiche Stoff. Neben der chemischen Zusammensetzung ist für die Magneteigenschaften aber auch der kristalline Aufbau verantwortlich: Kaltverfestigung bzw. Weichglühen ändern die Magneteigenschaften. Bereits kleine Zusätze im unteren Prozentbereich können sowohl die mechanische als auch die magnetische 'Härte' verändern.

Die **Koerzitiv**-Feldstärke weichmagnetischer Materialien liegt typischerweise unter 1 kA/m, in Sonderfällen unter 1 A/m. Die **Remanenz**-Flussdichten liegen häufig zwischen 0,8 – 1,5 T, in Sonderfällen auch unter 0,1 T. Für die **Permeabilität** kann kein Einzahlwert angegeben werden, da sie stark aussteuerungsabhängig ist. Bei Gusseisen liegt die relative Permeabilität im Bereich zwischen 50 – 500, Spezialmetalle erreichen über 300000.

Im Tonabnehmer sorgen weichmagnetische Materialien für eine gezielte Magnetflussführung. Der von einem Dauermagnet erzeugte Fluss wird durch weichmagnetische **Polstücke** kanalisiert und gebündelt auf die schwingenden Saiten gelenkt. Diese Polstücke können massive Metallblöcke sein, aber auch lamellierte Blechpakete oder höhenverstellbare Schrauben. Manche Tonabnehmer (z.B. Fender, alte Stratocaster) haben auch gar keine Polstücke.

### 4.3.2 Hartmagnetische Materialien

Hartmagnetische Materialien sollen nach dem Magnetisieren ihr Magnetfeld möglichst lange und unbeeinflusst behalten; sie brauchen eine hohe Koerzitiv-Feldstärke. Weil ihr Feld (bei richtiger Behandlung) Jahrzehnte überdauert, werden sie auch dauermagnetische (oder permanentmagnetische) Werkstoffe genannt. Die **Koerzitiv**-Feldstärke beträgt bei einfachen Stahlmagneten ca. 5 kA/m, bei den in Tonabnehmern häufig verwendeten Alnico-Legierungen ca. 32 – 62 kA/m, mit Spezialmagneten sind bis zu 2000 kA/m erreichbar. Die **Remanenz** liegt im Bereich zwischen 0,5 – 1,5 T. Die Permeabilität ist – wie auch bei weichmagnetischen Werkstoffen – stark vom Arbeitspunkt abhängig, für  $\mu_r$  ergeben sich Werte zwischen 1 – 5. Magnete mit hoher Koerzitiv-Feldstärke haben tendenziell kleineres  $\mu_r$ .

### 4.3.3 Unmagnetische Materialien

Perfekt unmagnetisch ist nur Vakuum. Bei diamagnetischen Stoffen ist  $\mu_r$  geringfügig kleiner als 1 (z.B. 0,99998 bei Pb), bei paramagnetische Stoffen ist  $\mu_r$  geringfügig größer (1,00002 bei Al). Derartig kleine Effekte sind bei Tonabnehmermessungen völlig unerheblich, weshalb Stoffe wie: Holz, Kupfer, Aluminium, alle Kunststoffe (PVC, Nylon), Lack, Messing, Bronze als praktisch unmagnetisch (und somit auch nicht magnetisierbar) angesehen werden.