

**Abb. 4.51:** Spektrogramm (links) und Teiltonpegelverlauf (rechts) einer ausschlagenden E2-Saite. Bei 2.2 s wurde an die schwingende Saite ein Magnet angenähert. Ab 2.2 s nehmen die Frequenzen der ersten und zweiten Harmonischen ab. Bei der 3. Harmonischen ist hauptsächlich eine Pegeländerung festzustellen, die 4. und 5. Harmonische bleiben unverändert (wie auch alle weiteren höheren Harmonischen).

### 4.11.3 Feldbedingte Amplitudenschwankungen

Messung und Leitungsmodell zeigen übereinstimmend, dass durch den Permanentmagnet die Frequenzen der niedrigsten Harmonischen verstimmt werden. Diese Verstimmung tritt hauptsächlich bei griffbrettnormalen Schwingungen auf; parallel zum Griffbrett, und damit parallel zur Magnetpoloberfläche, sind Feld- und Kraftänderungen nur schwach ausgeprägt. Für die räumliche Saitenschwingung bedeutet dies, dass zwei verschiedenfrequente, räumlich orthogonale Schwingungen auftreten, deren Überlagerung **schwebungsähnliche Pegeländerungen** hervorruft. Bezeichnet man die griffbrettnormale Komponente mit  $y$ , und die griffbrettparallele Auslenkung mit  $x$ , so gilt für die Gesamtauslenkung  $\xi$  in Vektorschreibweise:

$$\xi = \begin{pmatrix} \hat{x} \cdot \cos(\omega_1 t) \\ \hat{y} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi) \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{x} = \text{Amplitude der } x\text{-Komponente} \\ \hat{y} = \text{Amplitude der } y\text{-Komponente} \end{array}$$

Bei monofrequenten Schwingungen ( $\omega_1 = \omega_2$ ) bewegt sich ein Saitenpunkt damit je nach Amplitudenverhältnis  $\hat{y}/\hat{x}$  und Phasenverschiebung  $\varphi$  auf einer Strecke, einer Ellipse oder einem Kreis\* (**Lissajous-Figuren**). Sind die beiden Frequenzen hingegen ungleich, so wechseln sich die o.g. Figuren mit fließenden Übergängen ab. Diese zeitliche Änderung der Kurvenform wird offensichtlich, wenn man für kleine Frequenzunterschiede umformt:

$$\omega_2 t + \varphi = \omega_1 t + \Delta\omega t + \varphi = \omega_1 t + \varphi(t)$$

Sowohl die  $x$ - als auch die  $y$ -Schwingung enthalten  $\omega_1 t$ , bei der  $y$ -Schwingung existiert aber zusätzlich eine (langsame) zeitabhängige Phasenverschiebung  $\varphi(t)$ . Ein Sensor, der nur exakt die deckennormale Schwingung abtastet, wird von der sich ändernden Kurvenform jedoch nichts mitbekommen, denn  $\hat{y}$  ist zeitinvariant.

\* Strecke und Kreis sind Sonderformen der Ellipse.

Es ist aber nicht zu erwarten, dass ein realer Sensor eine derart perfekte Richtungssensibilität aufweist: Zwar sind übliche Magnettonabnehmer tatsächlich für griffbrettnormale Schwingungen am empfindlichsten, bei griffbrettparallelen Schwingungen geht die Empfindlichkeit aber nicht auf null zurück, sondern auf ca. 1/10. Damit ist die erzeugte Spannung eine Kombination aus  $x$ - und  $y$ -Schwingung, die im einfachsten Fall als **Linearkombination** dargestellt werden kann:

$$u(t) = U(\cos(\omega_2 t + \varphi) + k \cdot \cos(\omega_1 t)) \quad k = \text{relativer } x\text{-Anteil}$$

Für  $k = 1$  steht hier die allgemein bekannte Formel einer Schwebung, für  $k \ll 1$  kann das Signal näherungsweise als Mischung aus Amplituden- und Frequenzmodulation aufgefasst werden. Eine kosinusförmige Frequenzmodulation ist bei kleinem Modulationsindex in guter Näherung durch drei Spektrallinien beschreibbar [3]:

$$u_{FM} = U \left[ \cos(\omega_2 t) - \frac{m}{2} \cos((\omega_2 + \Delta\omega)t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_2 - \Delta\omega)t) \right]$$

Wird dieses FM-Signal amplitudenmoduliert, so ist die AM auf jede der drei Spektralkomponenten anzuwenden. Vernachlässigt man hierbei die  $m^2/4$ -Terme (wegen  $m \ll 1$ ), so heben sich die Linien bei  $\omega_2 + \Delta\omega$  weg, während sich die Amplituden bei  $\omega_2 - \Delta\omega$  addieren:

$$u = U[\cos(\omega_2 t) + m \cdot \cos((\omega_2 - \Delta\omega)t)] \quad \omega_2 - \Delta\omega = \omega_1$$

Dieses Signal entspricht der o.a. Linearkombination für  $\varphi = 0$ ; für andere Phasenverschiebungen sind entsprechende Umformungen möglich. Hiermit ist gezeigt, dass für verschiedenfrequente  $x$ - und  $y$ -Schwingungen bei  $k = 1$  eine Schwebung, und bei  $k < 1$  eine Mischung aus AM und FM entsteht. Diese Erkenntnis lässt sich auch aus der Projektion der Summe zweier verschiedenfrequenter Zeiger ableiten. Nimmt man als Beispiel an, dass der Tonabnehmer für  $y$ -Schwingungen achtmal so empfindlich ist wie für  $x$ -Schwingungen ( $k = 0.125$ ), so ändert sich die Amplitude der Tonabnehmerspannung bei  $\hat{y} = \hat{x}$  um  $\pm 12,5\%$ , entsprechend  $\pm 1$  dB. Die Modulationsfrequenz entspricht hierbei der Differenzfrequenz, also der durch den Magnet verursachten Verstimmung (z.B. 1 Hz). Die Amplitudenrelation  $\hat{y} = \hat{x}$  bedeutet, dass die Saite unter  $45^\circ$  zum Griffbrett schwingt. Für größere Neigung (in Richtung griffbrettnormal) verringert sich der Amplitudenmodulationsgrad, für kleinere Neigung ( $\rightarrow$  griffbrettparallel) vergrößert er sich, bis bei  $\arctan(1/8) = 7^\circ$  eine exakte Schwebung erreicht wird: Die Pegeländerung ist hierbei theoretisch unendlich.

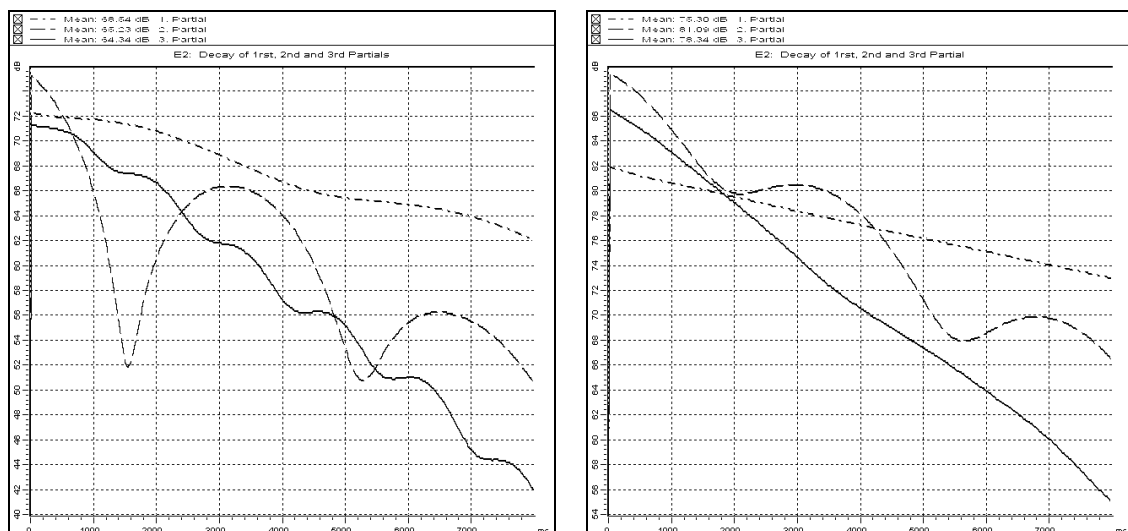
Die o.a. Linearkombination ist nur ein einfaches Modell zur Beschreibung zeitlicher Pegelschwankungen. Beim Magnettonabnehmer hängt die induzierte Spannung über **nichtlineare** Gleichungen von der  $x$ - und  $y$ -Schnelle ab, was zu zusätzlichen Summen- und Differenztönen führt. Da sich hierbei aber keine völlig andersartigen Effekte ergeben, wurde auf eine genaue Untersuchung verzichtet. Ein weiterer Effekt, der ebenfalls nicht quantitativ ausgemessen wurde, wirkt in den beiden **Saitenlagern** (Steg / Sattel). Beide Lager werden idealisiert als starr angenommen, zeigen in Wirklichkeit aber eine richtungsabhängige Nachgiebigkeit. Als Konsequenz muss der Reflektionsfaktor modenübergreifend definiert werden: Eine reine  $y$ -Schwingung wird zum kleinen Teil auch in  $x$ -Richtung reflektiert, und umgekehrt. Auch wenn die Saite z.B. exakt griffbrettnormal angeschlagen wird, stellt sich nach kurzer Zeit auch eine griffbrettparallele Schwingungskomponente ein, die im Tonabnehmer zu Amplitudenschwankungen führt; das Magnetfeld kann diese verstärken oder abschwächen.

Auch das (vorwiegend) griffbrettnormal verlaufende **Magnetfeld** kann eine **Drehung** der Schwingungsebene herbeiführen, sofern diese nicht exakt griffbrettnormal oder exakt griffbrettparallel liegt: Bei einer schräg verlaufenden Schwingung wird die Saite im magnetnahen Umkehrpunkt stärker angezogen als im magnetfernen. Zerlegung der Magnetkraft in einen komplanaren und einen orthogonalen Anteil ergibt eine Drehkraft, die die Saitenschwingung aufzurichten versucht (in Richtung griffbrettnormal).

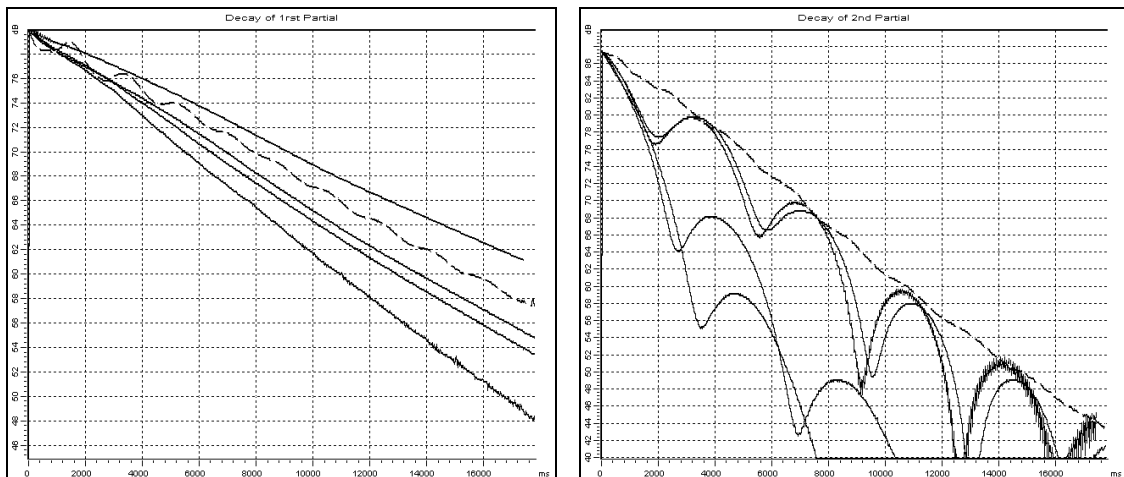
Zuletzt muss noch bedacht werden, dass die Feldsteifigkeit **nichtlinear** ist: Mit geringer werdendem Abstand nimmt der Betrag der Steifigkeit zu. Eine Simulation mit einem nichtlinearen Leitungsmodell ergab selbst bei exakt griffbrettnormalen Schwingungen leichte Schwabungen, deren prozentuale Schwankungsstärke aussteuerungsabhängig ist.

**Zusammengefasst:** Schon ohne Magnetfeld entstehen Pegelschwankungen, die für jeden Teilton nach eigenen Gesetzen verlaufen. Ursache hierfür sind anisotrope Lager-Reflexionen, d.h. schwingrichtungsabhängige Lagerimpedanzen und Modenkopplungen. Das Magnetfeld verstimmt die griffbrettnormale Schwingungskomponente, wodurch bestehende Schwankungen verstärkt, aber auch abgeschwächt werden können. Nichtlinearitäten in der Mechanik und bei der mechanoelektrischen Wandlung erzeugen zusätzliche Nebenlinien im Spektrum, so dass in summa für jeden Teilton ein komplizierter Pegelverlauf entstehen kann.

**Abb. 4.52** zeigt den selektiv gemessenen Verlauf der Teiltonpegel einer E<sub>2</sub>-Saite. Die Aufnahmen erfolgten mit dem eingebauten Piezo-Tonabnehmer, ohne Magnetfeld. Die Unterschiede zwischen den beiden Bildern sind sowohl auf die Anschlagtechnik, als auch auf nicht identische Gitarrenhaltung und möglicherweise geringfügig andere Stimmung und Gitarrentemperatur zurückzuführen. Bei diesen ersten orientierenden Versuchen wurde deutlich, dass die Gitarre nicht irgendwie auf dem Oberschenkel aufgesetzt werden darf, sondern definiert unterstützt werden muss. Zweckmäßige Rahmenbedingungen sind "in vivo" (Gitarre am Gurt umgehängt, Greifhand definiert am Hals), und "in vitro" (Gitarre am Gurtpin aufgehängt, Hals unbedämpft).

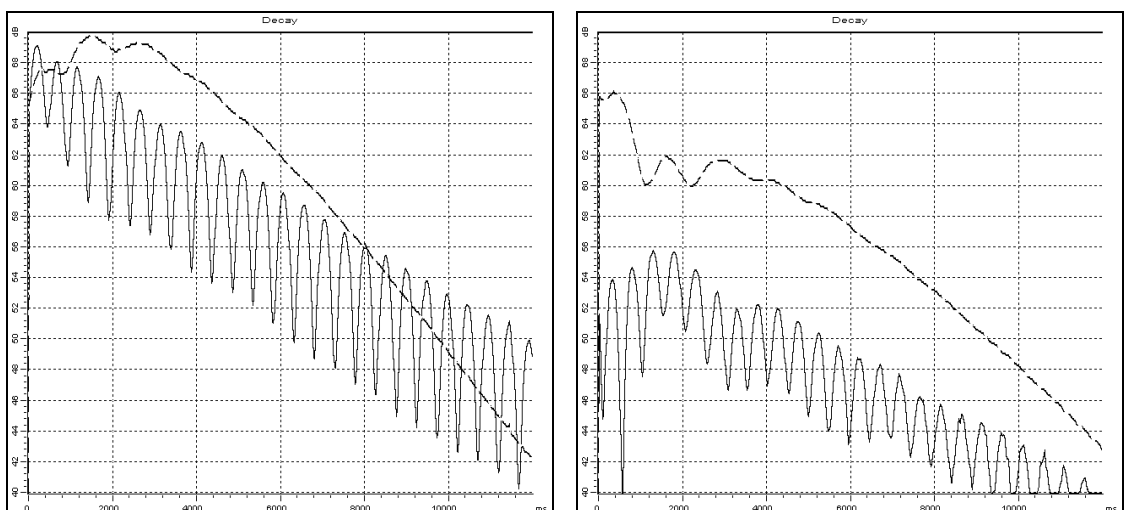


**Abb. 4.52:** Abklingen der ersten drei Teiltonpegel nach Plektrumanregung (links) bzw. griffbrettnormalem Anregungsimpuls (rechts). E<sub>2</sub>-Saite, kein Magnet, Ovation EA-68, Piezotonabnehmer. Die Aufnahmen erfolgten an unterschiedlichen Tagen.



**Abb. 4.53:** Abklingen der ersten beiden Teiltonpegel nach griffbrettnormalem Anregungsimpuls. E2-Saite, Ovation EA-68, Piezotonabnehmer. Durchgezogene Linien: Ohne Magnet, gestrichelt: Alnico-5-Magnet in Neck-Pickup-Position, 2,5 mm Distanz zwischen Saite und Magnet. Links Grundton, rechts 2. Harmonische.

In **Abb. 4.53** ist das Abklingen der ersten beiden Teiltöne dargestellt. Die durchgezogenen Linien ergaben sich bei Messungen ohne Magnetfeld. Die oberste, am langsamsten abfallende Kurve zeigt den Pegelabfall bei unbedämpftem Hals, die darunter liegenden drei durchgezogenen Kurven gehören zu Messungen, bei denen die Greifhand den Hals unterschiedlich umfasst, ohne allerdings die Saiten zu berühren. Die gestrichelte Linie wurde ohne Halsbedämpfung, aber mit Magnetfeld gemessen (Alnico-5-Magnet 16 cm vom Steg entfernt). In beiden Bildern ist ein starker Einfluss der Greifhand auf das Abklingverhalten (Sustain) zu beobachten: Die Hand wirkt in erster Linie als Dämpfungswiderstand, der Schwingungsenergie entzieht. Beim Grundton (linkes Bild) fällt der Pegel ohne Magnetfeld linear über der Zeit ab (exponentielle Spannungs-Hüllkurve), mit Magnetfeld entsteht eine leichte Pegelschwankung. Ganz anders bei der 2. Harmonischen: Ohne Magnetfeld zeigen sich starke Pegelschwankungen, mit Magnetfeld erfolgt ein fast schwankungsfreier Abfall. **Abb. 4.54** zeigt ähnliche Auswertungen für griffbrettparallele Anregung (beide mit Magnetfeld).



**Abb. 4.54:** Abklingen des ersten (durchgezogen) und dritten (gestrichelt) Teiltönen nach griffbrettparalleler Anregung. Mit Alnico-5-Magnet in Neck-Pickup-Position. Der einzige Unterschied zwischen beiden Bildern ist eine geringfügig geänderte Anschlagrichtung.