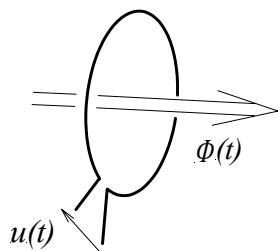


4.10 Magnetodynamik

Dynamik leitet sich vom griechischen *Dynamos* = Kraft ab, und aus diesem Grund erklären Lexika dieses Wort gerne mit "Lehre von der Kraft." Bei der *Magnetodynamik* geht es allerdings nicht primär um Kräfte, sondern – im Gegensatz zur *Magnetostatik* – um Systeme, deren Signal- oder Systemgrößen Veränderungen erleiden. Hierbei kann es sich um Lageänderungen, also Bewegungen handeln, aber auch um zeitliche Feldänderungen in einem unbewegten System. Letztlich treten dabei natürlich auch wieder Kräfte auf – deren Betrachtung steht aber nicht im Vordergrund.

4.10.1 Magnetische Spannungsinduktion

In einer Leiterschleife wird eine elektrische Spannung induziert, die der zeitlichen Änderung des durch sie hindurchtretenden magnetischen Flusses entspricht. Dies ist das Grundprinzip der Spannungserzeugung beim Magnettonabnehmer. Der Fluss ist das Produkt (allg.: Integral) aus Flussdichte und Fläche, eine Änderung kann folglich als Flussdichte- und/oder Flächenänderung auftreten. Die Leiterschleife wird beim Tonabnehmer von dem in vielen Windungen aufgewickelten Kupferdraht gebildet. Bei hochwertiger Herstellung sind die einzelnen Windungen so miteinander verklebt, dass die Wicklungsfläche konstant bleibt, sodass als Änderungen nur Flussdichteänderungen in Betracht kommen. Quelle und Ursache der Flussänderungen ist die schwingende Saite, deren Wirkung auf zwei Arten beschrieben werden kann: Ortsänderungen der Saite ändern den magnetischen Widerstand im Magnetkreis, woraus Flussänderungen resultieren (magnetischer Wandler). Alternativ kann aber auch die Saite als vom Tonabnehmer magnetisiert betrachtet werden; Saitenbewegungen sind somit Relativbewegungen zwischen Saitenmagnet und Wicklung (dynamischer Wandler).



$$u(t) = N \cdot d\Phi/dt \quad \text{Induktionsgesetz}$$

Abb. 4.34: Wenn der Magnetfluss $\Phi(t)$ über der Zeit zunimmt, wird die positive Spannung $u(t)$ induziert.

In **Abb. 4.34** ist ein Drahtring gezeichnet, der von einem über der Zeit ansteigenden Fluss durchströmt wird. Als Folge der Flussänderung entsteht die eingezeichnete Spannung $u(t)$. Das Induktionsgesetz wird manchmal auch mit einem **Minuszeichen** geschrieben, was auf umgekehrter Pfeildefinition beruht.

Beim **Gitarrentonabnehmer** ist nicht nur *eine* Windung vorhanden, der Draht ist vielmehr zu einer **Spule** mit $N = 5000 - 10000$ Windungen aufgewickelt. Rechnet man von $\tilde{u} = 1\text{V}$ auf die Magnetparameter zurück, erhält man für $f = 2\text{kHz}$, $N = 6200$, und 18 mm^2 Magnetfläche eine Flussdichteänderung von 1 mT (Spitzenwert \hat{B}). Gegenüber der vom Dauermagnet erzeugten statischen Flussdichte (ca. 100 mT) beträgt die von der schwingenden Saite hervorgerufene relative Flussdichteänderung also nur ungefähr 1% .

Genauere Betrachtungen zeigen, dass es sehr schwierig ist, die in der Tonabnehmerspule induzierte Spannung zu berechnen. Die Saite ändert nicht nur ihre Position in Raum, sie verformt (verbiegt) sich auch, während sie schwingt. Zur Berechnung der Flussänderung müsste also eine dreidimensionale Feldberechnung erfolgen, unter Beachtung des nichtlinearen B/H -Zusammenhanges in Magnet und Saite. Des weiteren ist zu berücksichtigen, dass nicht jede Spulenwindung vom selben Magnetfluss durchdrungen wird: Das von der Saite erzeugte Feld divergiert, saitennähere Windungen erfahren eine stärkere Durchflutung als weiter entfernte. Mit Beschränkungen und Näherungen erreicht man trotz dieser Erschwernisse eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Theorie und Messpraxis.

Bei der Anwendung des **Induktionsgesetzes** interessieren vor allem zwei Fragen: Welche Größe hat die induzierte Spannung, und welche Kurvenform entsteht? Da die Saitenbewegungen nichtlinear auf die Flussänderungen abgebildet werden, führen sinusförmige Schwingungen nicht zu sinusförmigen Spannungen. Kapitel 5.8 befasst sich ausführlicher mit dem Tonabnehmer-Klirrfaktor, hier soll nur das linearisierte Kleinsignalverhalten untersucht werden. Die Flussänderung wird hierzu monofrequent und sinusförmig angenommen, und durch die Frequenz f und den Effektivwert der Flussdichte B beschrieben. Das zeitliche Differential vereinfacht sich dabei zu einem Produkt:

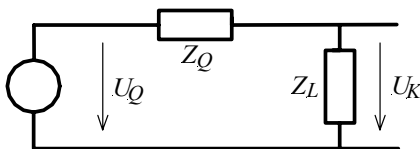
$$u = 2\pi f \cdot N \cdot B \cdot S$$

Induktionsgesetz für sinusförmige Flussdichte

Hierbei ist N die Windungszahl, B der Effektivwert der Flussdichte, und S die Spulenfläche; u ist der Effektivwert der induzierten Spannung. Da alle Windungen einer Wicklung gleichsinnig aufeinander gewickelt sind, addieren sich die in jeder einzelnen Windung induzierten Spannungen zur gesamten Spulenspannung (typisch einige 100 mV, maximal ca. 5 V).

4.10.2 Selbstinduktion, Induktivität

Die in der Tonabnehmerspule induzierte Spannung ist als **Quellenspannung** zu verstehen, nicht als Klemmenspannung. Sie entsteht sozusagen im Inneren des Tonabnehmers, gerade so, als wäre dort eine Wechselspannungsquelle eingebaut. Nur ohne **Belastung**, d.h. im **Leerlauf**, entspricht die an den Klemmen (Tonabnehmerkabel) gemessene Spannung der Quellenspannung. Bei Belastung "bricht die Klemmenspannung zusammen", d.h. sie wird kleiner als die Quellenspannung. Dieses Verhalten tritt auch beim Lichtnetz auf: Wenn man den 2-kW-Heizofen einschaltet, wird das Licht dunkler. Grund für die Spannungsabnahme ist der Spannungsabfall am Innenwiderstand, der zu einer **Spannungsteilung** führt (**Abb. 4.35**):



$$U_K = U_Q \cdot Z_L / (Z_Q + Z_L)$$

Abb. 4.35: Spannungsteilung zwischen Lastimpedanz Z_L und Quellimpedanz Z_Q .

Im allgemeinen Fall sind Last- und Quellwiderstand frequenzabhängig, weswegen von Lastimpedanz Z_L und Quellimpedanz Z_Q gesprochen wird. Die induzierte Spannung ist U_Q , an den Anschlussklemmen entsteht U_K . Nur bei unendlich großer Lastimpedanz (Leerlauf) sind beide Spannungen identisch.

In **Abb. 4.35** ist eine Schaltungsmasche gezeichnet, in der Strom fließen kann. Die hierfür benötigte **Energie** wird der als Kreis gezeichneten idealen Spannungsquelle entnommen. Natürlich kann Energie nicht aus dem Nichts entstehen. Wenn der Tonabnehmer Energie liefern soll, muss er mit Energie versorgt werden. Wird er auch: Energetisch betrachtet ist die Quelle der Tonabnehmer-Klemmenspannung die schwingende Saite. Ihre Schwingungsenergie wird zu einem kleinen Teil dadurch verringert, dass im Tonabnehmer (und angeschlossenen Widerständen) elektrische Energie in Wärme umgewandelt wird. Anders ausgedrückt: Die elektrischen Widerstände in **Abb. 4.35** wirken auf die Saite zurück und verändern deren Schwingung, so dass die Quellenspannung eigentlich lastabhängig ist. Da dieser Effekt aber nur gering ausgeprägt ist, wird er hier vernachlässigt; die Quellenspannung U_Q sei eingepreßt, sie entspricht der im vorhergehenden Kapitel definierten Induktionsspannung.

Die **Lastimpedanz** wird von der Wicklungskapazität (siehe Tonabnehmerparameter), von der Gitarrenelektrik (Lautstärke- und Klangpotentiometer), und von Kabel und Gitarrenverstärker gebildet. Vereinfacht handelt es sich hierbei um eine Parallelschaltung von 300 – 1000 pF und 100 – 350 k Ω . Die **Quellimpedanz** wird, wiederum vereinfacht, von der Wicklung gebildet. Hierbei denkt man zuerst an ca. 1 km dünnen Kupfer-Lack-Draht, der einen Gleichstromwiderstand von ca. 5 – 15 k Ω aufweist. Bei Wechselstrom – und nur der fließt als Folge der induzierten Wechselspannung – ist aber ein weiterer Effekt zu berücksichtigen: Schon in Kap. 4.1 wurde darauf hingewiesen, dass jeder elektrische Strom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt. *Wechselstrom* erzeugt ein *Wechselfeld*, d.h. ein Feld mit wechselnder Polarität. Auch dieses Feld durchdringt die Tonabnehmerwicklung, und auch hiervon wird eine Spannung induziert. Da dieses Feld der Tonabnehmer (im Gegensatz zu dem von der Saite kommenden) *selbst* erzeugt, wird die hiervon gebildete Spannung **Selbstinduktions-Spannung** genannt. Die Selbstinduktions-Spannung überlagert sich gegenphasig zu der von der Saitenschwingung induzierten Spannung und schwächt diese (Lenzsche Regel). Es ist naheliegend, dass die Spannungsüberlagerung nicht gleichphasig sein kann, da sonst durch die vergrößerte Spannung der Strom zunehmen würde, was Spannungsanstieg zur Folge hätte, was Stromanstieg zur Folge hätte ... , das System würde instabil werden. Um die von der Selbstinduktion hervorgerufene Spannungsabnahme zu berücksichtigen, könnte man in **Abb. 4.35** eine zusätzliche, gesteuerte Spannungsquelle einzeichnen, deren Quellenspannung von dem in der Masche fließenden Strom abhängt. Üblich ist aber, stattdessen ein Bauteil einzuzeichnen, dessen Spannungsabfall der Selbstinduktionsspannung entspricht. Als Schaltbild wird hierfür entweder ein schwarz ausgefülltes Rechteck verwendet, oder eine symbolische Nachbildung der Drahtwindungen (**Abb. 4.36**); das Bauteil ist ein **induktiver Zweipol** (=Induktivität), das Formelzeichen für diese Induktivität ist L . Der Begriff *Induktivität* wird sowohl als Name für das Bauteil, als auch als Name der physikalischen Größe verwendet.

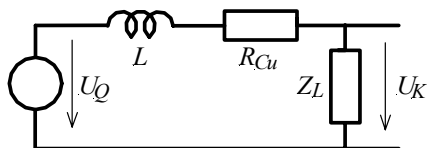


Abb. 4.36: Wicklungs-Ersatzschaltung mit Induktivität L und Kupferwiderstand R_{Cu} .

In einem Gedankenexperiment wollen wir einmal durch die in **Abb. 4.36** gezeichnete Schaltung einen Gleichstrom fließen lassen. Dieser kann zwar nicht durch Induktion als U_Q erzeugt werden, er könnte aber an den rechts gezeichneten Anschlussklemmen eingespeist werden. Als Folge dieses Gleichstroms würde ein zeitlich konstantes Magnetfeld entstehen,

dessen (zeitliches) Flussdifferential die Induktionsspannung ergibt. Das Differential einer Konstanten ist natürlich null – der Gleichspannungsabfall an einer idealen Induktivität muss folglich ebenfalls null sein. Fließt hingegen Wechselstrom, so entsteht eine Induktionsspannung, deren Größe von der Stromänderung abhängt:

$$u(t) = L \cdot di(t) / dt; \quad \underline{U} = j\omega L \cdot \underline{I} \quad \text{Zweipolgleichungen}$$

An einer vom Strom $i(t)$ durchflossenen Induktivität L entsteht ein Spannungsabfall $u(t)$, der proportional zu L und zur zeitlichen Stromänderung ist. Für sinusförmige Schwingungen ist die Darstellung als rotierende komplexe Zeiger zweckmäßig, hierbei wird aus dem zeitlichen Differential der Faktor $j\omega$. Die imaginäre Einheit j bewirkt eine Drehung (Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom) um 90° , $\omega = 2\pi f$ ist die Kreisfrequenz. Ableitung d/dt und Multiplikation mit $j\omega$ sind lineare Operationen, sie zerstören nicht die Proportionalität zwischen Strom und Spannung. Bei Gleichstrom wird der Proportionalitätskoeffizient zwischen U und I als **Widerstand** bezeichnet ($U = RI$), bei Wechselstrom spricht man stattdessen von **Impedanz**. Die Impedanz der Induktivität ist folglich $j\omega L$; für Gleichstrom ist sie null, mit steigender Frequenz wächst sie proportional zur Frequenz. Die Impedanz der Induktivität ist eine positiv imaginäre Größe (ganz exakt: nicht negativ), man könnte auch sagen: Der Widerstand einer Induktivität ist positiv imaginär.

Die **Einheit** der Induktivität ist das **Henry**: $1\text{H} = 1\text{Vs/A}$.

Der Buchstabe H darf nicht mit dem Formelzeichen H verwechselt werden, das für die magnetische Feldstärke steht! Die Größe der Induktivität L bestimmt sich aus der Geometrie der aufgewickelten Drähte. Beim Gitarrentonabnehmer sind typische Werte: $L = 2 \dots 10\text{ H}$.

In jedem Buch über Magnetodynamik werden Formeln zur **Berechnung** einfacher Spulen-Induktivitäten aufgeführt. Bei der Ringspule und der langen Zylinderspule gelangt man damit zu einfachen Formeln, beim Magnettonabnehmer sind die Verhältnisse aber komplizierter: Das von der schwingenden Saite erzeugte Magnetfeld ist inhomogen, d.h. ortsabhängig. Somit wird jede Windung der Tonabnehmerwicklung von einem anderen Magnetfluss durchströmt, und eine Nachbildung wie in Abb. 4.35 mit *einer* Spannungsquelle und *einer* Induktivität ist zunächst nicht möglich. Dieser Effekt ist wesentlich, er kann nicht einfach ignoriert werden: Bei einem Stratocaster-Tonabnehmer unterscheiden sich die Magnetflüsse in der saitennahen und in der saitenfernen Windung ungefähr um den Faktor 10 (Kap. 5.4.3). Zur Berechnung der Größe der induzierten Spannung muss hier eine geeignete Mittelung erfolgen. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass das Magnetfeld durch ferromagnetische Materialien gebündelt (verstärkt) wird. Die in der Spule steckenden Alnico-Magnete sind ferromagnetisch, und fokussieren den Magnetfluss, woraus (im Vergleich zur magnetfreien Spule) eine größere Induktivität resultiert (siehe Kap. 4.10.3).

Da der magnetische Wechselfluss in Saitennähe am stärksten ist, empfiehlt es sich, für effiziente Wandlung ('laute Tonabnehmer') die Spulenwicklung möglichst nahe an die Saite zu bringen. Bei Fender-Tonabnehmern findet man Bauformen, bei denen die Magnete bündig mit der Außenseite des saitenzugewandten Flansches abschließen; sie sind 'laut'. Es gibt aber auch Tonabnehmer, dazu gehören insbesondere jene mit '*staggered Magnets*', deren Magnete bis zu 4 mm überstehen; sie geben (grob genähert) nur etwa halb so viel Spannung ab. Diese Faustformel setzt natürlich voraus, dass alle anderen Parameter gleich gehalten werden. Insbesondere bietet die Spulenform noch einen Freiheitsgrad: gleich hoch, oder konisch gewickelt.

4.10.3 Permeabilität

In Kap. 4.3 wurde die Permeabilität als *spezifische magnetische Leitfähigkeit* definiert. Sie ist eine Materialeigenschaft, wie z.B. die elektrische Leitfähigkeit beim Stromkreis. Luft hat eine relativ schlechte magnetische Leitfähigkeit ($\mu_0 = 1,257 \mu\text{H/m}$), der magnetische Widerstand in Luft ist relativ groß. Die Permeabilität von Magnetmaterialien wird häufig in Relation zu dieser Luftpermeabilität* als **relative Materialpermeabilität** angegeben: $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$. Hierbei ist μ_r die relative Permeabilität, auch **Permeabilitätszahl** genannt.

In Luft ist die Permeabilitätszahl in sehr guter Näherung gleich eins, der Unterschied zum Vakuum ist unbedeutend. Zwischen der magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Flussdichte B besteht in Luft ein proportionaler Zusammenhang: $B = \mu \cdot H$. Ganz anders in ferromagnetischen Materialien (Alnico-Magnete, Stahl, Eisen, Nickel): Ihre Permeabilitätszahl ist größer als eins, und von der magnetischen Feldstärke abhängig. Für Eisen nennt die Literatur maximale Permeabilitätszahlen um 5000, aber auch bis zu 250000, sofern es sich um reinstes, in Wasserstoff geglühtes Eisen handelt. Würde man die in der Nähe eines Tonabnehmermagneten herrschende Feldstärke von 40 kA/m mit $5000 \cdot \mu_0$ multiplizieren, so ergäbe sich, rein rechnerisch, eine Flussdichte von 251 T. Dieser Wert hat aber keinerlei praktische Bedeutung, denn zum einen ändert sich im Allgemeinen die Feldstärke, sobald magnetisch leitende Materialien ins Feld gebracht werden, zum anderen liegt die Sättigungsflussdichte von Eisen bei ca. 1 T. **Sättigung** bedeutet, dass die im Eisen auftretende feldverstärkende Wirkung an eine Grenze kommt, die nicht überschritten werden kann. Als Ursache eines Magnetfeldes wird üblicherweise eine bewegte Ladung, also ein elektrischer Strom angenommen. In allen magnetisch nicht neutralen Stoffen orientieren sich innere Kreisströme (Elementarströme) an den von außen einwirkenden elektromagnetischen Feldern und bilden ein inneres Magnetfeld, das sich dem äußeren überlagert. Die im Eisen entstehende Flussdichte B kann als Summe einer von der äußeren Feldstärke H erzeugten Komponente $B_0 = H \cdot \mu_0$ und einer inneren, feldverstärkenden **Polarisation** J interpretiert werden. Man könnte es auch so formulieren: Die Komponente B_0 entsteht grundsätzlich und überall im elektromagnetischen Feld. Bei magnetisierbaren Materialien addiert sich hierzu die Polarisation J .

$$B = B_0 + J; \quad J = \chi_m \cdot \mu_0 \cdot H; \quad \chi_m = \mu_r - 1 = \text{Relative Suszeptibilität}$$

Der Zusammenhang zwischen B_0 und H ist proportional, er unterliegt keiner Sättigung. Die Polarisation hängt hingegen degressiv von H ab, sie strebt gegen einen nicht überschreitbaren Grenzwert = Sättigungspolarisation J_{sat} (**Abb. 4.37**).

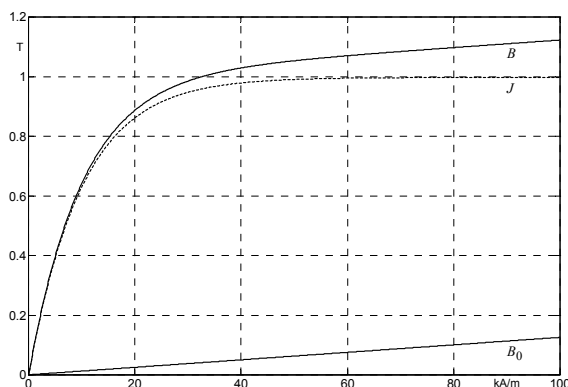


Abb. 4.37: Zusammenhang zwischen Feldstärke H , Flussdichte B und Polarisation J . Die Sättigungspolarisation beträgt in diesem Beispiel 1 T.

* Eigentlich ist Vakuum der Bezug: $\mu_{\text{Luft}} = 1,0000004 \times \mu_{\text{Vakuum}}$.

Im Tonabnehmer kann nur eine elektrische Spannung erzeugt (induziert) werden, wenn sich die magnetische Flussdichte B als Funktion der Zeit t ändert. Und da B über μ von H abhängt, muss sich hierbei auch die magnetische Feldstärke H ändern. Die Berechnung derartiger Feldänderungen ist aber hochkompliziert und nur als relativ grobe Näherung möglich. Saite und Tonabnehmermagnet sind auf unterschiedliche Weise ferromagnetisch, und zusätzlich können u.U. Schrauben, Polstifte und/oder Bleche das Feld beeinflussen. In jedem differentiellen Metallvolumen herrscht ein anderes B , und somit ein anderes μ . Erschwerend kommt hinzu, dass differentiell kleine Feldstärkeänderungen ΔH zu Flussdichteänderungen ΔB führen, die nicht aus der Steigung der Magnetisierungskurven (Hystereseschleifen) ermittelt werden können. In **Abb. 4.38** ist im rechten Bild ein Ausschnitt aus einer Magnetisierungskurve dargestellt. Steigt die Feldstärke – ausgehend vom Arbeitspunkt H_A – um den kleinen Wert ΔH , so stellt sich als zugehörige Flussdichte der Wert $B_A + \Delta B$ ein, und nicht ein Wert auf der großen, durchgehenden Kurve; diese kann ja nur in Pfeilrichtung durchlaufen werden. Der Quotient aus $\Delta B / \Delta H = \mu_{\text{rev}}$ wird **reversible Permeabilität** genannt. Er ist kleiner als die **differentielle Permeabilität**, die als Differentialquotient, d.h. Steigung der Hysteresekurve zu sehen ist (im Bild gestrichelt eingezeichnet). Nach [7] hängt die reversible Permeabilität nur von der Flussdichte B ab, nach Gans [Phys. Z., 12/1911] von der Polarisation J . Sie hat – und das erschwert die numerische Berechnung – auch in isotropen Materialien Tensorcharakter!

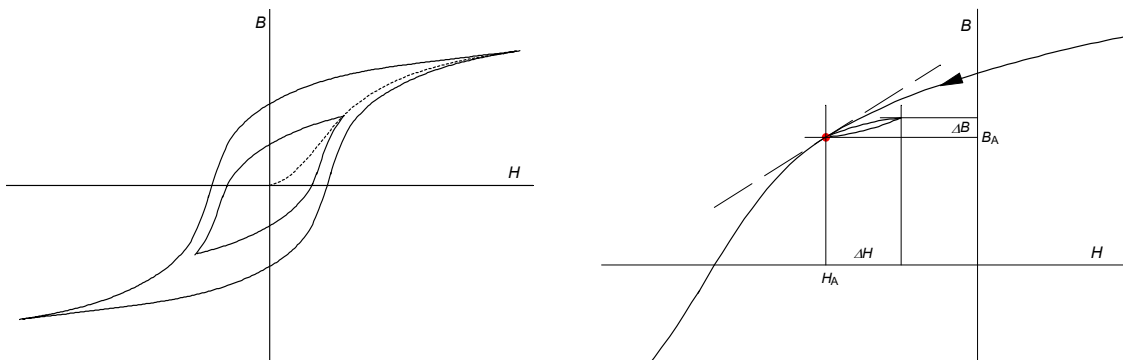


Abb. 4.38: Zum Unterschied zwischen differentieller und reversibler Permeabilität. ΔH und ΔB sollen kleine Änderungen sein; im Bild sind sie übertrieben groß gezeichnet (vergl. Abb. 4.6).

Die reversible Permeabilität μ_{rev} ist maximal bei $B = 0$ und nimmt mit zunehmendem Flussdichtebetrag monoton gegen μ_0 ab. Daraus folgt, dass Ferromagnetika magnetische Wechselfelder umso schlechter leiten, je größer der sie durchdringende statische Magnetfluss ist. Es ist also unzulässig, einer **Stahlsaite** nur deshalb eine gute magnetische Leitfähigkeit zuzusprechen, weil Stahl in Tabellenwerken als Ferromagnetikum (also $\mu \gg 1$) aufgeführt wird. Nur ohne statische Vormagnetisierung weisen Stahlsaiten Permeabilitätszahlen auf, die 50 überschreiten können. Sobald aber die Saite in die Nähe eines Tonabnehmermagneten kommt, durchfließt sie ein erheblicher (statischer) Magnetfluss, und ihre reversible Permeabilität sinkt auf Werte ab, die nur noch geringfügig größer sind als die von Luft (**Abb. 4.39**).

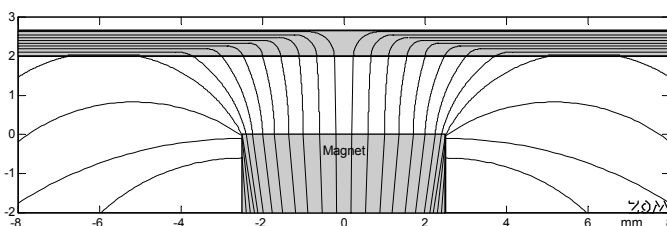


Abb. 4.39: Ungefäher Verlauf des statischen Magnetflusses in Magnet, Luftspalt und Saite (→ Abb. 5.4.8).

In **Abb. 4.39** erkennt man, wie die statische Magnetflussdichte (als Liniendichte dargestellt) innerhalb der Saite längs der Saitenachse zunimmt. Direkt über der Magnetachse ist die axiale Saitenflussdichte null, aber schon nach ca. 6 mm wird ein Maximum erreicht, das praktisch völlige Sättigung bedeutet (1,7 Tesla, Stahlsaite mit Alnico-5-Magnet, Kap. 5.4.2). Wenn nun aber die Saite schon nach wenigen Millimetern ihre gute Leitfähigkeit für magnetische Wechselfelder verliert, haben diese auch keinen Grund mehr, der Saite zu folgen – also verlassen sie sie wieder. Schwingungen der Saite haben deshalb nur in einem relativ kleinen Bereich Einfluss auf das Magnetfeld, das **Magnetfeldfenster** (die Magnet-Apertur) ist relativ kurz (Kap. 5.4.4). Je näher der Magnet an die Saite gerückt wird und je stärker er ist, desto kürzer ist die Magnet-Apertur (desto punktueller ist die Saitenabtastung), und desto weniger macht sich die damit verbundene Höhenbedämpfung bemerkbar.

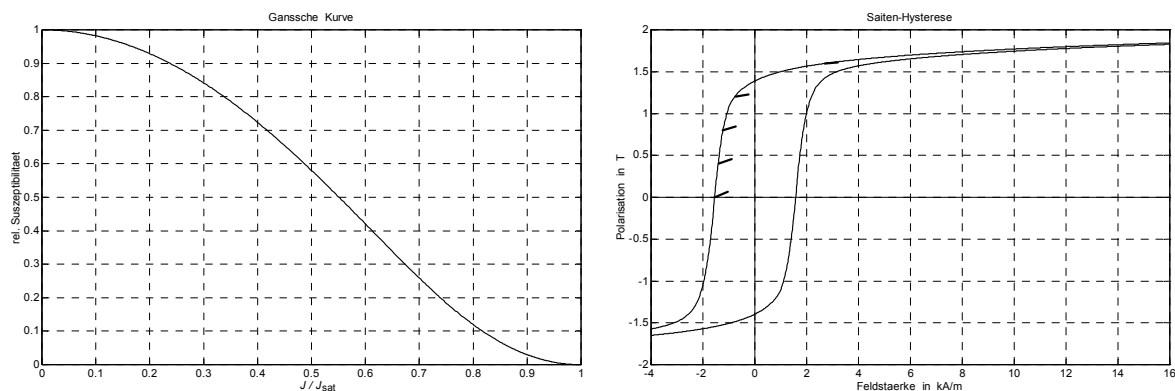


Abb. 4.40: Ganssche Kurve zur relativen reversiblen Suszeptibilität (links). Saiten-Hysteresekurve (rechts).

In **Abb. 4.40** ist im linken Bild die "**Ganssche Kurve**" dargestellt. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen der (auf die Sättigungspolarisation J_{sat}) normierten Polarisation und der (auf die Anfangs-Suszeptibilität χ_A) normierten reversiblen Suszeptibilität. In Parameterdarstellung lautet ihre Gleichung [21]:

$$\frac{\chi_{\text{rev}}}{\chi_A} = 3 \cdot \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sinh^2(x)} \right); \quad \frac{J}{J_{\text{sat}}} = \coth(x) - \frac{1}{x}; \quad \text{Ganssche Kurve}$$

In dieser Parameterdarstellung steht x für den Parameter (0 ... 100), J für die Polarisation, und χ_{rev} für die reversible magnetische Suszeptibilität. Die Anfangs-Suszeptibilität wirkt am Anfang, d.h. im Ursprung der Neukurve. Im rechten Bild der **Abb. 4.40** ist die Hysteresekurve einer Stahlsaite angegeben, zusammen mit kleinen Strichen, die die Steigung für reversible Kleinsignal-Änderungen andeuten. **Abb. 4.41** zeigt Messwerte einer typischen Stahlsaite.

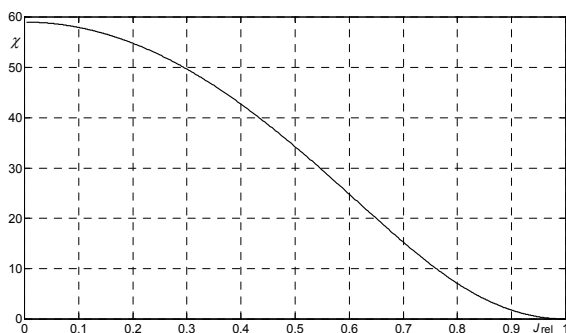


Abb. 4.41: Gemessene rev. Suszeptibilität, in Abhängigkeit von relativer Polarisation bzw. statischer Feldstärke.

4.10.4 Magnetische Verluste

Die feldverstärkende Wirkung ferromagnetischer Materialien kommt dadurch zustande, dass in deren Inneren einerseits Domänengrenzen (Blochwände, Kap. 4.4.1) verschoben, und andererseits Elementarmagnete, die zunächst regellos verteilt sind, durch das äußere Feld in eine neue, einheitliche Richtung gedreht werden. Von der zum Verschieben bzw. Verdrehen benötigten Energie wird ein kleiner Teil irreversibel in Wärme umgewandelt. Die hierbei durch eine Art von Mikro-Reibung erzeugte Wärmeenergie ist für das elektromagnetische Feld "verloren", deshalb spricht man vom **Verlust elektromagnetischer Feldenergie**, oder kurz von magnetischen Verlusten; auch die Bezeichnung **Eisenverluste** ist gebräuchlich. Verluste bewirken eine Verkleinerung der vom Tonabnehmer erzeugten Spannung – ein Effekt, der sich vor allem im Bereich höherer Frequenzen als Brillanzverlust auswirken kann.

Die beiden wichtigsten Verlustmechanismen sind Wirbelstromverluste und Hystereseverluste. Aus dem in der Hysteresekurve gegebenen Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Flussdichte B kann die volumenspezifische Feldenergie w berechnet werden:

$$w = \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad \text{volumenspezifische Magnetfeld-Energie}$$

Wäre die Hysteresekurve eine (auch krumme) Linie, so würde sich beim Vergrößern der Flussdichte von B_1 auf B_2 die Energiedichte erhöhen, und beim anschließenden Verkleinern von B_2 auf B_1 um denselben Wert verringern – der Vorgang wäre reversibel. Weil aber jede Hysteresekurve zwei verschiedene Äste aufweist, ergibt ein vollständiger, auf den Startpunkt zurückführender Umlauf nicht $w = 0$, sondern eine zur eingeschlossenen Fläche proportionale Energiedichte, die ein Maß für den Energieverlust darstellt. Für Gitarrensaiten liegt der bei einem *Grenzschleifenumlauf* auftretende spezifische **Energieverlust** bei ca. $10 \mu\text{Ws}/\text{mm}^3$. Multipliziert man diesen Wert mit dem Volumen einer 2 cm langen 0,7-mm-Saite, so ergibt sich die in einem vollständigen Umlauf verlorene Energie zu ca. $77 \mu\text{Ws}$. Allerdings durchläuft der Arbeitspunkt einer schwingenden Saite nicht die Grenzhysterese (von negativer Sättigung zu positiver Sättigung und zurück), sondern nur einen kleinen Teil daraus. Wie groß dieser Teil ist, hängt sehr vom Saite/Magnet-Abstand und von der Saitenauslenkung ab. In den Bereichen relativ großer Wechselflussdichte ist auch die Gleichflussdichte groß, dort könnte – vorsichtig geschätzt – die Wechselflussamplitude maximal vielleicht ein Zehntel des Gleichflusses erreichen. Berücksichtigt man nun noch, dass Kleinsignal-Änderungen relativ kleinflächige, lanzettförmige Hystereseschleifen ergeben (auch **Rayleigh-Schleifen** genannt), so wird deutlich, dass die von der Saite verursachten Hystereseverluste doch eher nur eine untergeordnete Bedeutung haben. Als Größenordnung könnte man sich für die Saitenenergie 10 mWs vorstellen, und für die pro Schwingung auftretenden Eisenverluste $1 \mu\text{Ws}$. Schwingt die Saite mit 150 Hz , so verliert sie nach dieser Annahme pro Sekunde $1,5\%$ ihrer Schwingungsenergie – das wäre vernachlässigbar. Eine genaue Berechnung der Eisenverluste ist aufwändig, weil ein dreidimensionales, inhomogenes Feld vorliegt, für das tensorielle Werkstoffparameter bekannt sein müssten. Auch eine Messung ist wegen der Abgrenzung zu anderen Dämpfungsmechanismen schwierig. Aber selbst wenn die o.a. Abschätzung unrealistisch wäre, und die Saite pro Sekunde nicht $1,5\%$, sondern 26% ihrer Energie verlöre, entspräche dies lediglich einem Pegelabfall von 1 dB/s – gegenüber anderen Dämpfungsmechanismen vernachlässigbar. Das Fazit dieser Abschätzungen lautet deshalb (ohne Beweis): **Die in der Saite entstehenden Hystereseverluste (Ummagnetisierungsverluste) sind vernachlässigbar.**

Außer in der Saite kann es auch im Magnet und/oder in saitennahen Ferromagnetika zu Hystereseverlusten kommen. Auch wenn diese Verluste nun nicht mehr in der Saite entstehen: Die zum Ummagnetisieren dieser Ferromagnetika erforderliche Energie muss trotzdem von der schwingenden Saite geliefert werden. Das von relevanten Wechselflächen betroffene Magnetvolumen ist beim typischen Singlecoil gut eine Zehnerpotenz größer als das eben betrachtete Saitenvolumen, dafür ist aber die relative Flussdichteänderung im Magnet um ca. eine Zehnerpotenz kleiner als bei der Saite; alles in allem also wiederum ein Effekt von untergeordneter Bedeutung. Solange nicht ein starker Magnet sehr nahe an die Saite herangebracht wird (was sowieso im Widerspruch zu einer großen Saiten-Auslenkung stünde), lautet die **Zusammenfassung: Hystereseverluste sind vernachlässigbar**. Diese Aussage ist zwar spekulativ, wird aber durch Messungen gestützt, die zweifelsfrei ergaben, dass die Saitenschwingung durch die Greifhand des Gitarristen stärker bedämpft wird als durch das Magnetfeld des Tonabnehmers (Kap. 4.11).

Als zweite Verlustursache treten **Wirbelstromverluste** auf. Das in Kap. 4.10.1 erläuterte Induktionsgesetz sorgt nicht nur in der Tonabnehmerwicklung, sondern in allen tonabnehmer-nahen elektrischen Leitern für Spannungserzeugung und Stromfluss. Und da Metalle resistive elektrische Widerstände darstellen, entsteht elektrische Wirkenergie, also Wärmeenergie, die das Magnetfeld, und damit die Saitenschwingung, schwächt. Die den Wirbelstrom verursachende elektrische Spannung ist von der *Änderung* des Magnetfeldes abhängig, deshalb spielen Wirbelströme bei niederen Frequenzen keine Rolle. Mit zunehmender Frequenz gewinnen sie an Bedeutung, wobei aber der **Skinneffekt** als gegenläufiger Effekt berücksichtigt werden muss (Kap. 5.9.2.2): Das durch Stromfluss induzierte magnetische Gegenfeld drängt mit steigender Frequenz den elektrischen Strom zunehmend in die Randbereiche, wodurch der Wirbelstrom-Widerstand vergrößert wird (Kap. 3.3.2).

Wirbelstromverluste sind nicht generell vernachlässigbar, sondern verschlechtern die Höhenwiedergabe jedes Magnettonabnehmers. Und nicht nur geringfügig, sondern u.U. um 5 dB und mehr, wenn dicke, niederohmige Bleche verwendet werden. Man könnte dieses Verhalten als vom Entwickler gewünschte Klangcharakteristik interpretieren, sollte dann aber bedenken, dass sich allzu dominante Höhen sehr leicht mit einem zum Tonabnehmer parallel geschalteten Potentiometer abschwächen lassen – umgekehrt geht's nicht! Ein wirbelstromarmer Pickup kann sowohl brilliant, als auch dumpf klingen – ein wirbelstrombedämpfter Pickup klingt nur dumpf*. Wenig Wirbelstromverluste weisen Tonabnehmer auf, deren einzige Metallteile die 6 Alnico-Magnete sind (Typ USA-Stratocaster). Weicheisenstifte mit darunter liegendem Balkenmagnet erhöhen die Wirbelstromverluste, Blechkappen ebenso. Wenn ein Abschirmgehäuse gewünscht wird, aber möglichst wenig Wirbelstromverluste auftreten sollen, sind dünnwandige Neusilbergehäuse empfehlenswert. Ein Tonabnehmer, der trotz Metallgehäuse brilliant klingt, ist z.B. der Gretsch-Humbucker.

Nicht nur in Magnet, Polstücken und Abschirmgehäusen treten Wirbelströme auf, sondern u.U. auch in metallenen Trägerplatten oder Abschirmfolien. Beim Austausch eines Plastik-Schlagbrettes (Pickguard) gegen ein solches aus Aluminium kommt es deshalb zu einem leichten Höhenverlust. Der sich fast völlig vermeiden lässt, wenn man mit einem dünnen Schlitz die ringförmig fließenden Wirbelströme unterdrückt.

* Die im Gitarrenverstärker eingebauten Klangfilter können Wirbelstromverluste i.a. nicht kompensieren.

Um zu den **Wirbelstromverlusten** quantitative Daten zu erhalten, wurde eine dünnwandige Mess-Spule angefertigt, in die zylinderförmige Ferromagnetika ($\varnothing = 5\text{mm}$) eingesteckt werden konnten. Der 14 mm breite Wickelkörper wurde mit 5500 Windungen eines $80\text{-}\mu\text{-CuL}$ -Drahtes bewickelt (**Abb. 4.42**). In der Abbildung ist über der logarithmierten Frequenz der logarithmierte Impedanzbetrag dargestellt – unüblich, aber zweckmäßig. $0\text{ dB} = 1\text{ k}\Omega$.

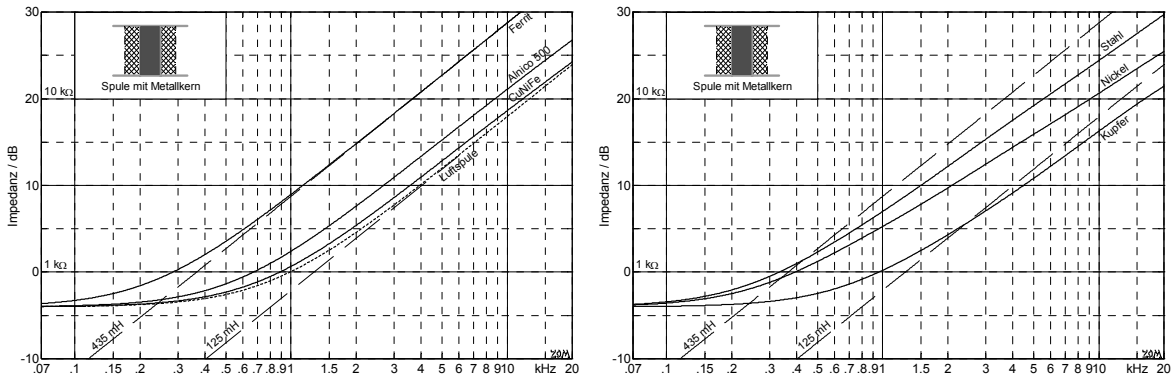


Abb. 4.42: Logarithmierte Impedanz einer Mess-Spule ($N = 5500$); verschiedene Kernmaterialien.

Ohne Kern ("Luftspule") misst man tieffrequent den Drahtwiderstand ($630\ \Omega$), hochfrequent einen frequenzproportionalen Impedanzanstieg, also eine Induktivität ($125\ \text{mH}$). Der Zweipol entspricht somit (in diesem Frequenzbereich) perfekt einer RL -Reihenschaltung. Einstecken eines **Alnico-500**-Magnetens ($5 \times 14\ \text{mm}$) erhöht die Induktivität um 46%, Einstecken eines entsprechenden **Ferrit**-Zylinders erhöht die Induktivität auf das 3.5-fache. In beiden Fällen erfolgt hochfrequent ein frequenzproportionaler Impedanzanstieg, sodass im Ersatzschaltbild nur ein einziger Widerstand zur Verlustnachbildung vorzusehen ist: Der **Drahtwiderstand**[▼]. Der Induktivitätsanstieg bedeutet aber nicht, dass die relative Permeabilität von Ferrit nur 3.5 ist (oder von Alnico nur 1.46). Diese Materialien füllen ja nur einen Teil des Feldraumes, ihre Wirksamkeit wird dadurch gewaltig reduziert. Als Analogie kann man an zwei in Reihe geschaltete Widerstände denken, z.B. $1000\ \Omega$ und $10\ \Omega$. Der Gesamtwiderstand beträgt in diesem Beispiel $1010\ \Omega$. Er erniedrigt sich auf $1001\ \Omega$, wenn der zweite Widerstand nur mehr $1\ \Omega$ hat. An einer 1-V-Quelle fließt hiermit ein Strom von ca. $1\ \text{mA}$, selbst wenn man den zweiten Widerstand noch viel niederohmiger macht. Ähnlich ist es beim Magnetkreis: Der magnetische Widerstand wird überwiegend vom schlecht leitenden Luftfeld bestimmt. Mit einer kleinen Besonderheit: Eine Änderung beim magnetischen Kernwiderstand verändert die Form der Feldlinien, und damit auch den Widerstand des Luftfeldes.

Dass die Impedanz von Alnico und Ferrit in dem betrachteten Frequenzbereich mit einem einfachen RL -Zweipol nachgebildet werden kann, hat einen einfachen Grund: Außer dem Drahtwiderstand muss kein Verlustwiderstand berücksichtigt werden, Wirbelströme spielen noch keine Rolle^{*}. **Ferrite** werden aus Oxidpulver gesintert; sie haben einen hohen elektrischen Widerstand, der Wirbelströme verhindert. **Alnico**-Legierungen sind (im Vergleich zu Ferriten) schon relativ gute Leiter. Dass bei ihnen im relevanten Frequenzbereich trotzdem fast keine Wirbelstromverluste auftreten, liegt an ihrer eher kleinen relativen Permeabilität ($2 - 5$). Gute elektrische Leiter mit hoher Permeabilität müssten demzufolge erhebliche Wirbelstromverluste erzeugen – und genau das tun sie, wie die folgenden Messungen bestätigen. Hierfür wurden in die o.a. Spule zylindrische Kerne aus unterschiedlichen Metallen eingesetzt: Stahl, Nickel, Kupfer (**Abb. 4.42** rechts).

[▼] Die Bezeichnung *Kupferwiderstand* ist hier ungünstig, weil Kupfer auch als Spulenkern verwendet wird.

^{*} Auch die (nichtlinearen) Ummagnetisierungsverluste sind unbedeutend.

Kupfer ist diamagnetisch, seine Permeabilität unterscheidet sich nur unwesentlich von μ_0 . **Stahl** und **Nickel** sind ferromagnetisch, ihre Permeabilität ist wesentlich größer als μ_0 . Kupfer ist ein sehr guter elektrischer Leiter, Nickel ist um den Faktor 4 hochohmiger, Stahl um den Faktor 10 – 20. Bei den zugehörigen Messkurven (Abb. 4.42) ist deutlich zu erkennen, dass bei diesen Metallkernen der hochfrequente Impedanzanstieg flacher verläuft als bei Luft oder Ferrit. Ursache dieses Verhaltens sind **Wirbelströme**, die mit zunehmender Frequenz das Magnetfeld immer mehr aus dem Kern drängen, und so die Induktivität verringern. **Abb. 4.43** zeigt für einen Stahlzylinder ($\varnothing = 5$ mm, Länge = 14 mm) die innere Feldverteilung für drei Frequenzen, sowie die Frequenzabhängigkeit der magnetischen Impedanz. Die als komplexe Größe einen Realteil enthält (Magnetwiderstand), und einen Imaginärteil (Wirbelstromverluste). Die Verluste müssen hierbei imaginär sein, weil der Magnetwiderstand üblicherweise reell definiert ist – anders als etwa bei *elektrischen* Netzwerken, in denen Verlustwiderstände üblicherweise reell sind. Dies sind aber nur Konventionen, letztlich ist lediglich Orthogonalität zwischen Wirk- und Blindleistung gefordert.

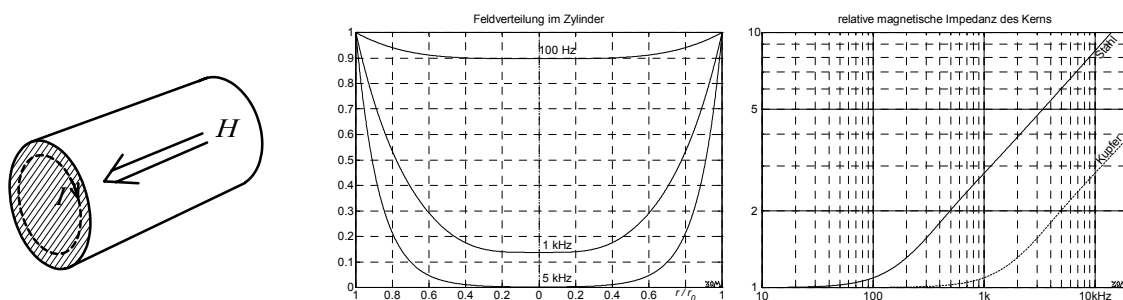


Abb. 4.43: Ein über der Zeit wachsendes axiales Magnetfeld H erzeugt im Metallzylinder den Wirbelstrom I . Der verursacht ein ihn umkreisendes sekundäres Magnetfeld, das dem erzeugenden Feld entgegengerichtet ist, und dieses aus dem Zylinder drängt. Das mittlere Bild zeigt die radiale Verteilung des axialen Magnetfeldes in einem Stahlzylinder ($r_0=5$ mm), rechts ist die auf tiefe Frequenzen normierte magnetische Impedanz dargestellt.

Rechnungsgrundlage sind die **Maxwellschen** Gesetze in ihrer differentiellen Form, unter der vereinfachenden Annahme, dass elektrische Leitfähigkeit σ und Permeabilität μ konstant sind. Für die Leitfähigkeit ist diese Annahme zutreffend, für die Permeabilität eigentlich nicht: Die orts- und zeitabhängige Flussverteilung führt zu orts- und zeitabhängigem μ . Die genaue Berechnung in einem anisotropen, nichtlinearen Medium ist aber so kompliziert, dass vereinfacht werden muss. Die beiden Maxwellschen Gleichungen lauten dann:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{und} \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{Maxwell differentiell}$$

In Zylinderkoordinaten existiert H nur in axialer Richtung, und die Feldstärke E nur umlaufend (azimutal), die Rotation *rot* kann hierfür vereinfacht werden:

$$\sigma \cdot E = -\frac{\partial H}{\partial r} \quad \text{und} \quad -\mu \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = E/r + \frac{\partial E}{\partial r} \quad \text{in Zylinderkoordinaten}$$

Beide Gleichungen zusammengefasst ergeben eine **Besselsche** Differentialgleichung, die für harmonische Signale mit komplexen Größen gelöst werden kann:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = \mu \sigma \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = j\omega \mu \sigma \cdot H \quad \text{Besselsche DGL}$$

Der zeitliche Differentialoperator $\partial/\partial t$ wurde hierbei durch $j\omega$ ersetzt (siehe Systemtheorie).

Als **Lösung der Besselschen Differentialgleichung** erhält man für die radiale Verteilung der axial gerichteten magnetischen Flussdichte $\underline{B}(r) = \mu \underline{H}(r)$:

$$\underline{B}(r) = \mu c \cdot J_0(kr) \quad \text{mit} \quad k = (1-j) \cdot \sqrt{j\omega\sigma\mu} \quad \text{bzw.} \quad k^2 = -j\omega\sigma\mu$$

Hierbei ist c eine Integrationskonstante, und J_0 die Besselfunktion 1. Grades, nullter Ordnung. Der gesamte, den Zylinder axial durchströmende magnetische Fluss ergibt sich als Flächenintegral über dem Querschnitt, mit $r_0 = \text{Zylinderradius}$:

$$\underline{\Phi} = \int_0^{r_0} \underline{B} \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi\mu c \cdot \int_0^{r_0} r \cdot J_0(kr) \cdot dr = \frac{2\pi\mu c}{k^2} \cdot \int_0^{kr_0} kr \cdot J_0(kr) \cdot dkr \quad \text{Gesamtfluss}$$

Die Integration der Besselfunktion erfolgt mit $\int x \cdot J_0(x) \cdot dx = x \cdot J_1(x) + C$, wobei J_1 eine Besselfunktion ersten Grades, erster Ordnung ist. Es ergibt sich für den magnetischen Fluss:

$$\underline{\Phi} = \frac{2\pi c}{-j\omega\sigma} \left[kr \cdot J_1(kr) \right]_0^{kr_0} = j \frac{2\pi c k r_0}{\omega\sigma} \cdot J_1(kr_0) \quad \text{Gesamtfluss}$$

Der magnetische Widerstand ist als Quotient von magnetischer Spannung und Fluss definiert, der **längenspezifische** magnetische Widerstand R'_m ist der Quotient von Feldstärke und Fluss:

$$R_m = V_m / \Phi; \quad R'_m = R_m / l = H / \Phi; \quad \text{magnetischer Widerstand}$$

Zur Berechnung des längenspezifischen magnetischen Widerstandes werden Feldstärke $H(r_0)$ und Fluss Φ längs des Zylindermantels durcheinander dividiert; das Ergebnis ist komplex und heißt deshalb **längenspezifische magnetische Impedanz**:

$$\underline{Z}'_m = \underline{H}(r_0) / \underline{\Phi} = \frac{-j\omega\sigma}{2\pi c k r_0} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} = \frac{k}{2\pi r_0 \mu} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad \text{Längenspezifische Impedanz}$$

Für sehr tiefe Frequenzen geht k gegen null, über eine Reihenentwicklung der Besselfunktionen erhält man als (reellen) Grenzwert $\underline{Z}'_m \rightarrow 1/r_0^2 \pi\mu$, also den Kehrwert aus Zylinderquerschnittsfläche und magnetischer Leitfähigkeit. Dies bedeutet, dass bei tiefen Frequenzen gar keine Feldverdrängung auftritt, die Flussdichte ist im ganzen Querschnitt ortsunabhängig. Mit zunehmender Frequenz wird jedoch der Magnetfluss vom Zentrum in die Randbereiche (Mantelnähe) gedrängt, der magnetische Widerstand (Impedanz) nimmt zu, der Zylinder wird 'unmagnetischer' (siehe auch Kap. 5.9.2.4).

Die über Besselfunktionen berechnete Feldverdrängung kann den in Abb. 4.42 gemessenen Impedanzfrequenzgang qualitativ erklären, exakte quantitative Daten sind hiermit allerdings nicht möglich. Weil die (u.U. tensoriellen) Magnetdaten der verwendeten Ferromagnetika nicht genau bekannt sind, und weil der Metallzylinder nicht exakt axial durchströmt wird. Im Gegensatz zu Tonabnehmerberechnungen wäre beim Metallzylinder eine Berechnung mittels finiter Elemente (FEM) eher möglich, aber auch dabei bleibt das Problem der unzureichenden Materialdaten.

Bei der in Abb. 4.42 dargestellten Spule verlaufen die (magnetischen) Feldlinien teilweise in Metall, teilweise in Luft. Wie schon in Kap. 4.6 gezeigt, veranschaulicht man derartige magnetische Netzwerke in **Analogie** zu elektrischen Netzwerken durch Blockschaltbilder, die magnetische Widerstände durch Rechtecke darstellen. Für magnetische *Verlust*widerstände existiert kein einheitlich definiertes Symbol, sie werden im Folgenden durch ein Rechteck dargestellt, in dessen Inneren eine Zickzackkurve verläuft (**Abb. 4.44**). Die **magnetische Impedanz** Z_m (deren Kehrwert die magnetische Admittanz Y_m ist), besteht aus einem Real- und einem Imaginärteil: $Z_m = R_m + jX_m$. Zu beachten ist, dass hierbei Verlustwiderstände imaginär dargestellt werden – anders als im elektrischen Netzwerk. Um mithilfe von Analogien Netzwerke aufeinander abbilden zu können, muss bekannt sein, was Flussgröße und was Potentialgröße (Differenzgröße) ist [3]. **Flussgröße*** ist im elektrischen Netzwerk der Strom, im magnetischen Netzwerk der Magnetfluss. **Potentialgröße** ist die elektrische Spannung, bzw. die magnetische Spannung. Die Flussgröße teilt sich am Knoten, hierfür gilt der Kirchhoffsche Knotensatz (bzw. Maxwell I), für die Potentialgröße gilt analog der Maschensatz (bzw. Maxwell II). Analogien, die Flussgrößen auf Flussgrößen abbilden, erzeugen ein **isomorphes** (strukturgleiches) Netzwerk, bei der Abbildung einer Flussgröße auf eine Potentialgröße entsteht ein **duales** Netzwerk. Was gilt bei **elektromagnetischen Analogien**? Orientiert man sich an den beim Magnettonabnehmer vorherrschenden Wandlungsmechanismen (Kap. 5), so findet man eine Abbildung vom Magnetfluss auf die elektrische Spannung, und vom Strom zur magnetischen Feldstärke – also **Dualität**. Als Formel geschrieben:

$$U = N \cdot d\Phi/dt \quad \text{und} \quad N \cdot I = \oint H \cdot ds \quad \text{Wandlungsgleichungen [3]}$$

Die erste Gleichung stellt das Induktionsgesetz dar, die zweite das Durchflutungsgesetz. Aus einer magnetischen Reihenschaltung wird im elektrischen Ersatzschaltbild folglich eine Parallelschaltung. Das beim Induktionsgesetz auftretende Differential wird für komplexe (sinusförmige) Signale durch eine Multiplikation mit $j\omega$ ersetzt, woraus folgt:

$$\underline{Z}_{el} = \frac{U}{I} = \frac{j\omega \cdot N \cdot \Phi}{\Theta / N} = j\omega \cdot N^2 \cdot \underline{Y}_m \quad \Theta = \oint H \cdot ds = \text{magn. Umlaufspannung}$$

Magnetische und elektrische Impedanz sind somit zueinander reziprok: Je größer die Permeabilität, desto kleiner die magnetische Impedanz, desto größer die elektrische Impedanz. Ein reeller magnetischer Widerstand wird in einen imaginären elektrischen Widerstand abgebildet (Induktivität, $Z = j\omega L$), ein imaginärer magnetischer (Verlust-) Widerstand wird in einen realen elektrischen Widerstand abgebildet. Die Reihenschaltung des magnetischen Impedanz-Real- und Imaginärteils $R_m + jX_m$ wird zur Parallelschaltung des elektrischen Widerstandes R und der Induktivität L ; beide sind frequenzabhängig. Der magnetisch in Reihe liegende Luftwiderstand R_{mL} wird zur parallel liegenden Induktivität L_L .

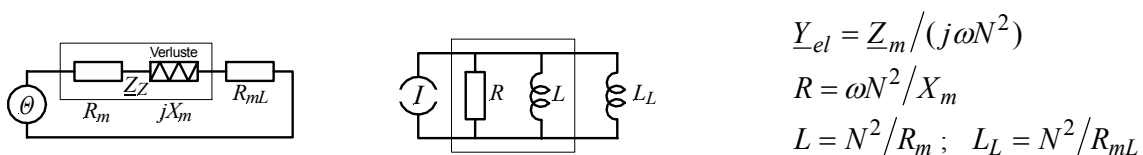


Abb. 4.44: Duale Analogie zwischen dem magnetischen (links) und dem elektrischen Netzwerk (Mitte). Z_z = magnetische (Metall-) Zylinder-Impedanz, R_{mL} = magnetischer Luft-Widerstand.

* Bei der elektromechanischen FI-Analogie [3] wird die elektrische Flussgröße "Strom" in die mechanische Flussgröße "Kraft" strukturgleich abgebildet; die FU-Analogie bildet dual ab.

Für den im Innern der Spule liegenden **Metallkern** erhält man mit Länge l und Radius r_0 die magnetische Zylinder-Impedanz \underline{Z}_Z :

$$\underline{Z}_Z = \frac{k \cdot l}{2\pi r_0 \cdot \mu} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad \text{mit} \quad k = (1 - j) \cdot \sqrt{\pi \mu \sigma \cdot f} \quad \text{magn. Zylinder-Impedanz}$$

Hierbei ist μ die (absolute) Permeabilität des Kerns, σ ist seine elektrische Leitfähigkeit. Sowohl das Argument (kr_0) wie auch die daraus resultierende Besselfunktion sind komplex. **Abb. 4.45** stellt die Frequenzabhängigkeit des Real- und Imaginärteils der magnetischen Zylinder-Impedanz dar. Wäre der Metallzylinder der einzige magnetische Widerstand im (geschlossenen) magnetischen Kreis, so ergäbe sich tieffrequent eine Induktivität von 5.9 H, wie in Abb. 4.46 links dargestellt. Weil sich aber bei der hier betrachteten Zylinderspule die Feldlinien über eine lange Luftstrecke schließen, ist auch noch ein Luftwiderstand nötig.

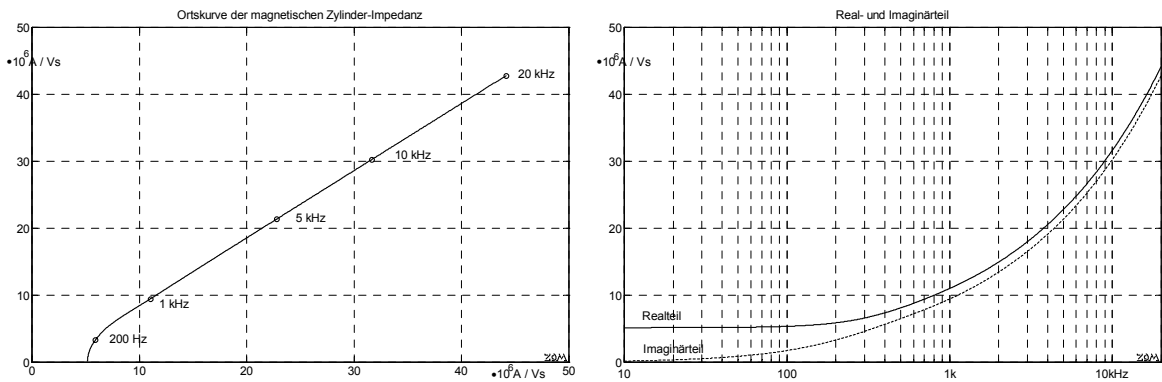


Abb. 4.45: Frequenzabhängigkeit der komplexen magnetischen Zylinder-Impedanz \underline{Z}_Z , $\mu_r = 110$, $\sigma = 5e6$ S/m.

Setzt man in einem einfachen magnetischen Ersatzschaltbild eine Reihenschaltung von Kern- und Luftwiderstand an (Abb. 4.44), so reduziert das sowohl den absoluten Betrag der Induktivität, als auch deren Frequenzabhängigkeit (**Abb. 4.46**). Dieses einfache Modell ist gut geeignet, wenn der ferromagnetische Metallkern das in der Spule verlaufende Feld ausreichend stark bündelt. Bei kleinem μ_r fließt jedoch ein wesentlicher Teil des inneren Magnetfeldes in einer Art **Hohlzylinder**, d.h. zwischen Kern und mittlerer Wicklungshöhe. Der magnetische Widerstand dieses Hohlzylinders liegt im magnetischen Blockschaltbild parallel zu \underline{Z}_Z , im elektrischen Ersatzschaltbild also in Reihe zur Parallelschaltung von R und L (**Abb. 4.47**).

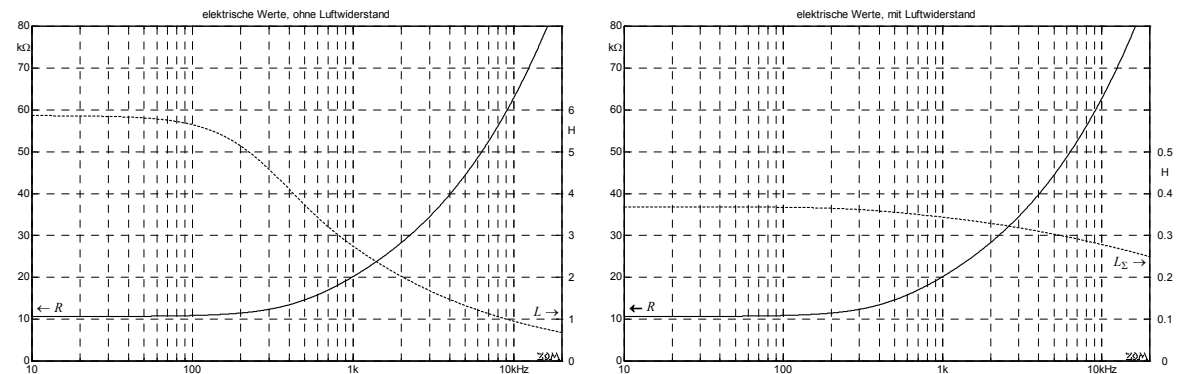


Abb. 4.46: Frequenzabhängigkeit von R und L (links) bzw. R und $L // L_L$ (rechts) aus Abb. 4.44 ($N = 5500$).

Mit diesem erweiterten Ersatzschaltbild (**Abb. 4.47**) ist es möglich, alle in **Abb. 4.42** dargestellten Impedanzfrequenzgänge in guter Genauigkeit zu erklären. Der *magnetische* Widerstand dieses "Hohlzylinders" ist reell, er wird auf die Induktivität L_{HZ} abgebildet – definitionsgemäß ist deren *elektrische* Impedanz rein imaginär. Die Werte von R und L sind, wie schon bei **Abb. 4.44** erläutert, frequenzabhängig.

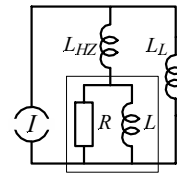


Abb. 4.47: ESB

Für den **Magnettonabnehmer** haben die magnetischen Wirbelstromverluste folgende Konsequenzen: 1) Nicht nur der Drahtwiderstand der Tonabnehmerwicklung, sondern auch der in der Wicklung steckende ferromagnetische Kern bedämpft die Tonabnehmerresonanz. 2) Die Induktivität der Tonabnehmerwicklung ist frequenzabhängig, sie nimmt zu hohen Frequenzen hin ab. Als Alternative zur frequenzabhängigen Induktivität kann im Ersatzschaltbild auch eine äquivalente RL -Schaltung höherer Ordnung verwendet werden, siehe Kap. 5.9.2.3. Die unterschiedlichen Geometrien und die Verschiedenartigkeit der Materialparameter bewirken, dass Dämpfung und Induktivität unterschiedliche Frequenzabhängigkeiten aufweisen. Damit kann der Tonabnehmer-Konstrukteur gezielt den Übertragungsfrequenzgang beeinflussen.

Abb. 4.48 zeigt Impedanzfrequenzgänge, ermittelt mit der Mess-Spule ($N = 5500$, **Abb. 4.44**). Die höchste Induktivität erzeugt der Ferritstab, dessen voneinander isolierte Elementarmagnete in diesem Frequenzbereich keine Wirbelströme zulassen. Die Permeabilität der aus undefiniertem Stahl gefertigten Humbucker-Schraube ist tieffrequent (300 Hz) praktisch genau so groß, aufgrund starker Wirbelströme nimmt ihre Induktivität aber mit zunehmender Frequenz ab. Der Humbucker-Zylinder ("Slug") hat tieffrequent eine etwas kleinere Induktivität, aber auch weniger Wirbelstromverluste. Praktisch wirbelstromfrei sind Alnico-Magnete; das magnetisch schwächere Alnico 2 hat gegenüber Alnico 5 (Alnico 500) eine größere Permeabilität, woraus (bei sonst gleichen Parametern) eine niedrigere Tonabnehmerresonanz resultiert.

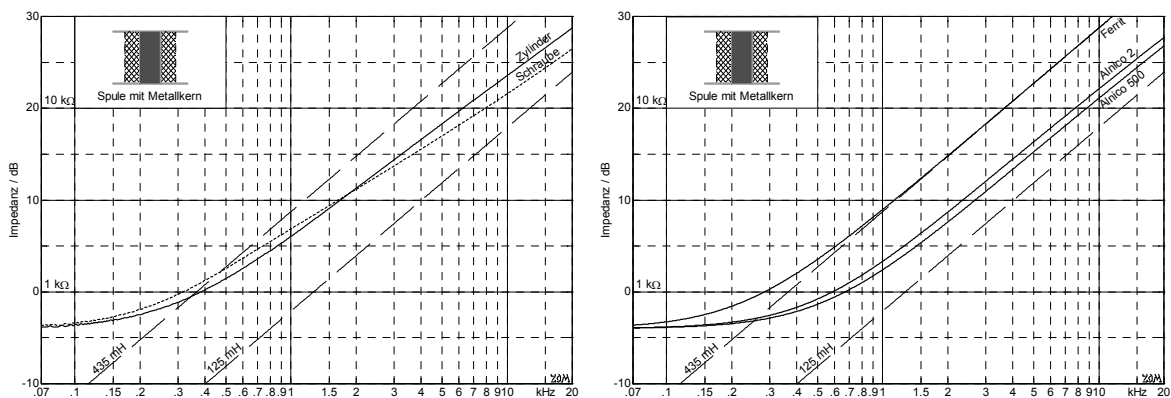


Abb. 4.48: Impedanzfrequenzgänge, mit der Mess-Spule ermittelt; Kernabmessungen 5x14 mm. "Zylinder" bezeichnet die bei Humbuckern üblichen Metallzylinder (= Slugs), "Schraube" die Humbuckerschraube (5.9.2.6).

Ausführliche Details zum Aufbau von Singlecoil- und Humbucker-Tonabnehmern, sowie zu deren technischen Daten, sind in Kap. 5 zusammengestellt.