

3.3 Saiten-Magnetparameter

Wenn's um Saiten geht, werden Hersteller schnell zu Poeten: *"Glänzendes Nickel windet sich filigran um schwedischen Hex-Stahl und garantiert brillianten (sic!) Sound mit unendlichem Sustain. Die Waffe für alle Zerrstufen und durchsetzungsfähige Solosounds mit Biss bei absolut unglaublicher Killerdistortion. Hotter Than Hell!"* Meint der **Gibson-Vertrieb**. Welcher dahingeschiedene Gitarrist hat da wohl die Temperaturbewertung nach oben gemeldet?

Es sieht so aus, als ließe die erforderliche hohe Zugfestigkeit wenig Spielraum für große Unterschiede bei den Magnetparametern. Die massiven Saiten und die Kerndrähte der umsponnenen Saiten unterscheiden sich in magnetischer Hinsicht nur wenig. Und selbst die Auswirkungen unterschiedlicher Umspinnungsdrähte bleiben unspektakulär: Messungen an nickelumsponnenen Saiten (Fender 150) und stahlumsponnenen Saiten (Fender 350) zeigten am Shakerprüfstand keinen Unterschied. Die mit nickelbeschichtetem Stahldraht umspinnene Saite (Fender 250) ergab einen um 1 dB höheren Pegel, der aber zur Hälfte auf den etwas dickeren Kerndraht zurückgeführt werden kann. Dies bedeutet aber nicht, dass diese Saiten gleich klingen: Das mechanische Schwingungsverhalten kann durchaus differieren, die magnetischen Eigenschaften sind aber sehr ähnlich, auch wenn Nickel und Stahl unterschiedliche Hysterese-Kennlinien aufweisen. Die bei allen drei Saiten gleichen Kerneigenschaften sowie Vormagnetisierungs- und Sättigungseffekte führen zu ähnlichen Magnetparametern.

Die Messung dieser Magneteigenschaften ist nicht trivial, aber – bei vertretbarem Aufwand – mit gerade noch ausreichender Genauigkeit möglich. Da prinzipiell jedes Messverfahren systemimmanente Schwächen aufweist, werden in den folgenden Abschnitten mehrere Analysemethoden zur Ermittlung der magnetischen Saitendaten vorgestellt. Eine ausführliche Darstellung elektromagnetischer Felder folgt im 4. Kapitel.

3.3.1 Messungen am Saitenring

Die Messung magnetischer Parameter ist kompliziert: Das Magnetfeld ist inhomogen, und zwischen der Feldstärke H und der Flussdichte B besteht ein nichtlinearer Zusammenhang. Eine erhebliche Vereinfachung wird erreicht, wenn es gelingt, die Feldgeometrie so zu gestalten, dass sie näherungsweise als homogen angesehen werden kann. Ein kreisringförmiges (torusförmiges) Prüfstück, auf der ganzen Mantelfläche mit Kupferdraht umwickelt, erzeugt ein azimuthal umlaufendes Magnetfeld, das bei Beschreibung in Zylinderkoordinaten innerhalb des Prüfstücks als ortsunabhängig angesehen werden kann – zumindest, solange der Kupferdraht von Gleichstrom durchflossen wird. Zwei Probleme sind hierbei zu bewältigen: Die Herstellung eines Kreisringes aus Saitenstahl, und die Messung der magnetischen Flussdichte.

Für die folgenden Untersuchungen wurden Gitarrensaiten zu einem Ring aufgewickelt. Wenn man eine 85 cm lange Saite zu 6 Windungen krümmt, entsteht ein Ring mit 4,5 cm Durchmesser. Saitenanfang und -ende sollten hierbei bestmöglich aneinander stoßen, um die Auswirkungen des unvermeidlichen Luftspaltes zu minimieren. Die magnetisch wirksame Querschnittsfläche dieses Ringes ist die sechsfache Saitenquerschnittsfläche, im Falle einer 17-mil-Saite erhält man $0,9 \text{ mm}^2$ Gesamtfläche. Der gesamte Ring wird entlang seiner 14 cm langen "Seele" einlagig mit Kupfer-Lack-Draht bewickelt ($\varnothing = 0,5 \text{ mm}$), im vorliegenden Versuch mit 239 Windungen.

Die azimutale magnetische Feldstärke H im Innern dieser Ringspule beträgt dann:

$$H = \frac{N_1 \cdot I}{\pi \cdot D}$$

Feldstärke in der Ringspule

Hierbei ist N_1 die Windungszahl der Primärspule (im Beispiel 239), I der Erregerstrom, und D der Ringdurchmesser (45,8 mm). Mit $I = 5$ A erhält man $H = 8,3$ kA/m, einen für Saitenstahl ausreichend hohen Wert. Zur Messung der magnetischen Flussdichte B wickelt man als Sekundärspule eine zweite Drahtwicklung auf die erste; im Beispiel mit $N_2 = 100$ Windungen. Bei Wechselstrombetrieb wird in der Sekundärspule eine Wechselspannung induziert, die von der zeitlichen Änderung der Flussdichte B abhängt.

Gemäß Induktionsgesetz ist die induzierte Spannung $N_2 \cdot d\Phi / dt$. Der Fluss Φ berechnet sich aus der Flussdichte durch Multiplikation mit der Fläche. Weil die Saite im Vergleich zu Luft aber für Magnetfelder der wesentlich bessere Leiter ist, muss als Fläche die sechsfache Saitenfläche, und nicht die Querschnittsfläche der Spule eingesetzt werden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass diese Vereinfachung bei Sättigung ihre Gültigkeitsgrenze erreicht. **Abb. 3.4** zeigt Messwerte einer 17-mil-Saite. Im linken Bild sind der sinusförmige Stromverlauf ($f = 10$ Hz) und die impulsförmige Induktionsspannung dargestellt. Da diese Spannung dem zeitlichen Differential der Flussdichte entspricht, muss sie zur Gewinnung von B integriert werden (rechtes Bild). Man erkennt einen fast rechteckförmigen B -Verlauf, der auf ausgeprägte Material-Sättigung hinweist.

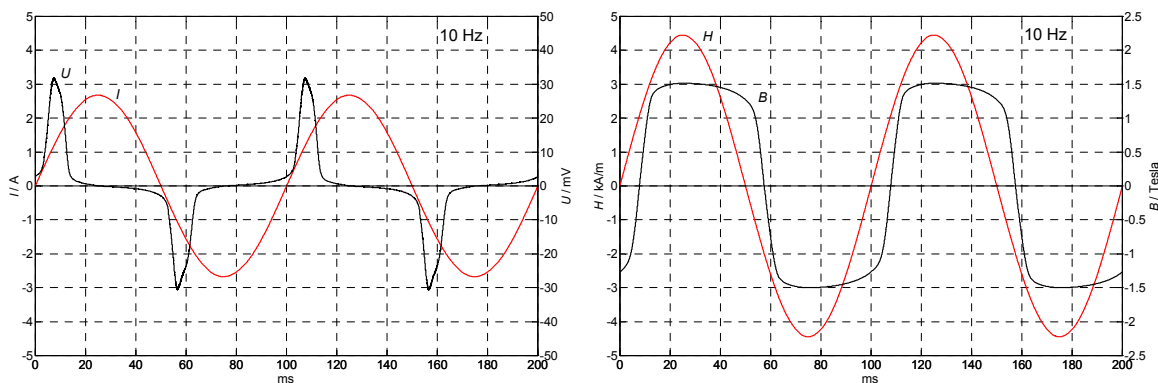


Abb. 3.4: Erregerstrom I und Induktionsspannung U (links), Feldstärke H und Flussdichte B (rechts).

Bei Variation der **Frequenz** des Erregerstroms zeigt sich aber, dass Form und Phasenlage der beiden Messkurven variieren: Offensichtlich kommt es zu **Verzögerungen**, die in Anbetracht der niedrigen Frequenz nicht unbedingt zu erwarten sind. In der B -über- H -Hysteresekurve (**Abb. 3.5**, rechtes Bild) sieht man, dass die 2-Hz-Kurve steiler ist; die Ummagnetisierung verläuft scheinbar schneller. Der Grund für diese Verzögerungen ist aber nicht in den mikroskopischen Materialeigenschaften zu finden – die Flussdichte reagiert bei diesen niedrigen Frequenzen verzögerungsfrei auf Feldstärkeänderungen. Ursache ist vielmehr der **Skineffekt**: Wirbelströme schwächen das H -Feld, das erst mit Abnahme dieser Wirbelströme verzögert aufgebaut werden kann. Auf Stromänderung reagiert das H -Feld verzögert, und als Folge hiervon reagiert auch der Magnetfluss verzögert auf die Stromänderung (Kap. 3.3.2).

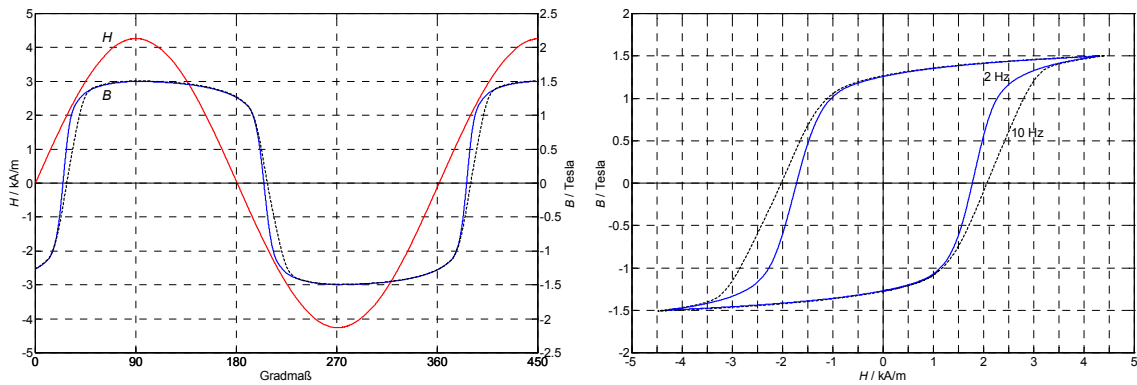


Abb. 3.5: Vergleich zweier Messungen mit 2 Hz bzw. 10 Hz. Die Flussdichte B ändert sich als Funktion des Winkels bei der 2-Hz-Schwingung schneller als bei 10 Hz, die zugehörige Hysterese (rechtes Bild) ist schlanker.

3.3.2 Der magnetische Skineffekt

Sobald sich die Saite im Magnetfeld bewegt, ändert sie ihre Lage relative zum Tonabnehmermagnet, und als Folge hiervon ändern sich in der Saite Feldstärke und Flussdichte. Eine Änderung der Flussdichte induziert aber in der elektrisch leitenden Stahlsaite einen Wirbelstrom (Abb. 3.6), der seinerseits ein dem Primärfeld entgegen gerichtetes Magnetfeld erzeugt. Da die Stärke des Wirbelstroms von der Änderung des Primärfeldes abhängt, wird mit zunehmender Frequenz das Primärfeld immer mehr aus der Saite herausgedrängt, bis bei hohen Frequenzen nur noch in einer dünnen Mantelschicht (engl. Skin = Haut) ein wesentlicher Magnetfluss zu finden ist. Die magnetische Leitfähigkeit der Saite nimmt folglich mit zunehmender Frequenz ab. Der Skineffekt ist abhängig von der magnetischen Leitfähigkeit (großes μ ergibt großes B), und von der elektrischen Leitfähigkeit (großes σ ergibt großes I). Besonders groß ist die Änderung der Flussdichte einer sinusförmigen Schwingung im Nulldurchgang. Zu diesen Zeiten wird demzufolge das Magnetfeld nicht das ganze Saitenmaterial in gleicher Weise durchdringen können, es kommt zu Verzögerungen im Feldaufbau (Abb. 3.5).

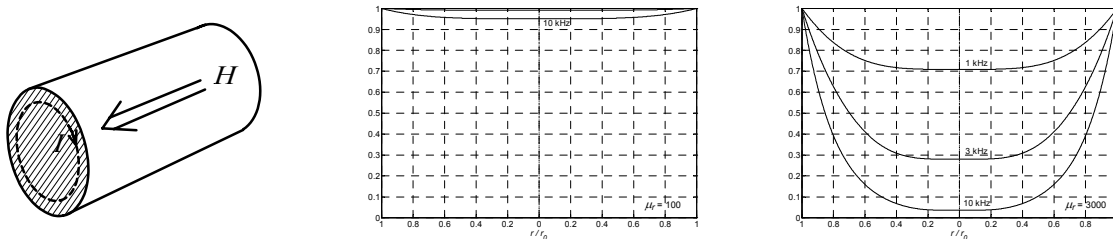


Abb. 3.6: Von einem Magnetfeld H axial durchströmter Metallzylinder mit Wirbelstrom I (links); radiale Verteilung der magnetischen Flussdichte in einer 17-mil-Saite (rechts). Bei $\mu_r = 100$ tritt fast keine Feldverdrängung auf, die magnetische Flussdichte ist praktisch ortsunabhängig. Näherung: Konstantes μ_r .

Rechnungsgrundlage sind die **Maxwellschen** Gesetze in ihrer differentiellen Form, unter der vereinfachenden Annahme, dass Leitfähigkeit σ und Permeabilität μ konstant sind. Für die Leitfähigkeit ist diese Annahme zutreffend, für die Permeabilität eigentlich nicht: Die stark orts- und zeitabhängige Flussverteilung führt zu orts- und zeitabhängigem μ . Die genaue Berechnung in einem dreidimensionalen, nichtlinearen Medium ist aber so kompliziert, dass vereinfacht werden muss. Die beiden Maxwellschen Gleichungen lauten dann:

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{und} \quad \text{rot } \vec{E} = -\mu \cdot \partial \vec{H} / \partial t \quad \text{Maxwell differentiell}$$

In Zylinderkoordinaten existiert H nur in axialer Richtung, und die Feldstärke E nur umlaufend (azimutal), die Rotation *rot* kann hierfür vereinfacht werden:

$$\sigma \cdot E = -\partial H / \partial r \quad \text{und} \quad -\mu \cdot \partial H / \partial t = E / r + \partial E / \partial r \quad \text{in Zylinderkoordinaten}$$

Beide Gleichungen zusammengefasst ergeben eine **Besselsche** Differentialgleichung, die für harmonische Signale mit komplexen Größen gelöst werden kann:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = \mu \sigma \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = j\omega \mu \sigma \cdot H \quad \text{Besselsche DGL}$$

Der zeitliche Differentialoperator $\partial/\partial t$ wurde hierbei durch $j\omega$ ersetzt (Siehe Systemtheorie).

Als **Lösung der Besselschen Differentialgleichung** erhält man für die radiale Verteilung der axial gerichteten magnetischen Flussdichte $\underline{B}(r) = \mu \underline{H}(r)$:

$$\underline{B}(r) = \mu c \cdot J_0(kr) \quad \text{mit} \quad k = (1-j) \cdot \sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad \text{bzw.} \quad k^2 = -j\omega \sigma \mu$$

Hierbei ist c eine Integrationskonstante, und J_0 die Besselfunktion 1. Grades, nullter Ordnung. Der gesamte, die Saite axial durchströmende magnetische Fluss ergibt sich als Flächenintegral über dem Querschnitt, mit $r_0 =$ Saitenradius:

$$\Phi = \int_0^{r_0} \underline{B} \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi \mu c \cdot \int_0^{r_0} r \cdot J_0(kr) \cdot dr = \frac{2\pi \mu c}{k^2} \cdot \int_0^{kr_0} kr \cdot J_0(kr) \cdot dkr \quad \text{Gesamtfluss}$$

Die Integration der Besselfunktion erfolgt mit $\int x \cdot J_0(x) \cdot dx = x \cdot J_1(x) + C$, wobei J_1 eine Besselfunktion ersten Grades, erster Ordnung ist. Es ergibt sich für den Fluss:

$$\Phi = \frac{2\pi c}{-j\omega \sigma} [kr \cdot J_1(kr)]_0^{kr_0} = j \frac{2\pi c k r_0}{\omega \sigma} \cdot J_1(kr_0) \quad \text{Gesamtfluss}$$

Der magnetische Widerstand ist als Quotient von magnetischer Spannung und Fluss definiert, der **längenspezifische** magnetische Widerstand R'_m ist der Quotient von Feldstärke und Fluss:

$$R_m = V_m / \Phi; \quad R'_m = H / \Phi; \quad A' = \Phi / H. \quad \text{magnetischer Widerstand bzw. Leitwert}$$

A' ist der längenspezifische magnetische Leitwert. Zu seiner Berechnung werden Fluss Φ und Feldstärke längs des Zylindermantels $H(r_0)$ durcheinander dividiert:

$$\underline{A}' = \underline{\Phi} / \underline{H}(r_0) = j \frac{2\pi c k r_0}{\omega c \sigma} \cdot \frac{J_1(kr_0)}{J_0(kr_0)} = \frac{2\pi r_0}{k} \cdot \mu \cdot \frac{J_1(kr_0)}{J_0(kr_0)} \quad \text{Längenspezifische Admittanz}$$

Da die Argumente der Besselfunktionen komplex sind, ist dieser Leitwert ebenfalls komplex; er sollte besser "**längenspezifische magnetische Admittanz**" genannt werden. Für sehr tiefe Frequenzen geht k gegen null, über eine Reihenentwicklung der Besselfunktionen erhält man als Grenzwert für $A' \rightarrow r_0^2 \pi \mu$, d.h. Saitenquerschnittsfläche mal magnetische Leitfähigkeit. Dies bedeutet, dass bei tiefen Frequenzen keine Feldverdrängung auftritt, die Flussdichte ist

im ganzen Querschnitt ortsunabhängig. Mit zunehmender Frequenz wird jedoch der Magnetfluss vom Zentrum in Randbereiche (Mantelnähe) gedrängt, die magnetische Admittanz (Leitfähigkeit) nimmt ab, die Saite wird 'unmagnetischer' (Abb. 3.7).

Im Saitenring (Kap. 3.3.1) wurde eine 17-mil-Saite zu 6 Windungen aufgerollt, die Querschnittsfläche gegenüber *einer* Saite also versechsfacht. Wieder ist eine Näherung erforderlich, denn zu einem massiven Ring bestehen natürlich Unterschiede. Da die folgenden Überlegungen aber nicht zu einer exakten Berechnung, sondern nur zur prinzipiellen Erklärung der Messfehler führen sollen, ist die näherungsweise Betrachtung genau genug. Nicht exakt erfasst werden: Der Luftspalt am Saitenanfang / -ende, die exakte Größe der Berührflächen der Saitenwindungen, die nichtlineare B/H -Abhängigkeit.

Auch wenn zwischen B und H ein stark nichtlinearer Zusammenhang besteht: Aus dem Anstieg der Hysteresekurve (Abb. 3.5) lässt sich die Permeabilität abschätzen. Der Skineffekt ist am stärksten bei schnellen B -Änderungen, deshalb muss μ an der Stelle der größten Steigung ermittelt werden. Die aus der Hysteresekurve abgelesene maximale differentielle relative **Permeabilität** beträgt ca. 3000. Setzt man diesen Wert in die Formel zur Berechnung der längenspezifischen magnetischen Admittanz ein, so erhält man für die im Beispiel gewählte Ringspule die in **Abb. 3.7** dargestellte Frequenzabhängigkeit. Offensichtlich ist der Skineffekt bereits bei niedrigen Frequenzen zu berücksichtigen. Quantitativ exakte Aussagen sind hiermit allerdings nicht möglich – die stark vereinfachende Annahme einer konstanten Permeabilität ist eine grobe Näherung.

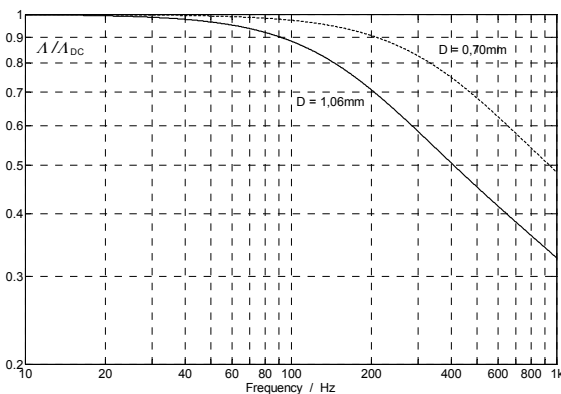


Abb. 3.7: Frequenzabhängigkeit des auf 0 Hz normierten magnetischen Admittanz-Betrags. Für die Berechnung wurde die Querschnittsfläche zu $0,88\text{mm}^2$ bzw. zu $0,38\text{mm}^2$ angenommen. Die relative Permeabilität $\mu_r = 3000$ ist als Konstante angesetzt, womit nur näherungsweise Aussagen möglich sind; in Wirklichkeit ist μ nichtlinear.

Auch bei sinusförmigem Verlauf des Erregerstromes (und der Primärfeldstärke) erzeugt der impulsförmig fließende Wirbelstrom ein impulsförmiges Gegenfeld; somit ist die als Summe von Primärfeld und Wirbelfeld entstehende tatsächliche Feldstärke nicht mehr sinusförmig. Der Magnetfluss ist fast rechteckförmig; er enthält außer der Grundfrequenz auch deren ungeradzahlige Vielfache. Für eine 32-Hz-Anregung sind im Fluss-Spektrum auch bei 96 Hz, 160 Hz, 224 Hz usw. Komponenten zu finden, und die werden durch den Skineffekt bedämpft. Die Auswirkungen sind nicht dramatisch (**Abb. 3.8** linkes Bild), aber gut erkennbar. In der Hysteresekurve wird der Skineffekt deutlicher dargestellt (rechtes Bild), man sieht, dass selbst bei 1 Hz noch keine Asymptote erreicht ist. Eine zusätzliche Verbesserung der Messgenauigkeit ist erzielbar, wenn die einzelnen Lagen der Stahldrähte gegeneinander isoliert werden; die Wirbelströme fließen dann auf kleineren Bahnen und stören weniger.

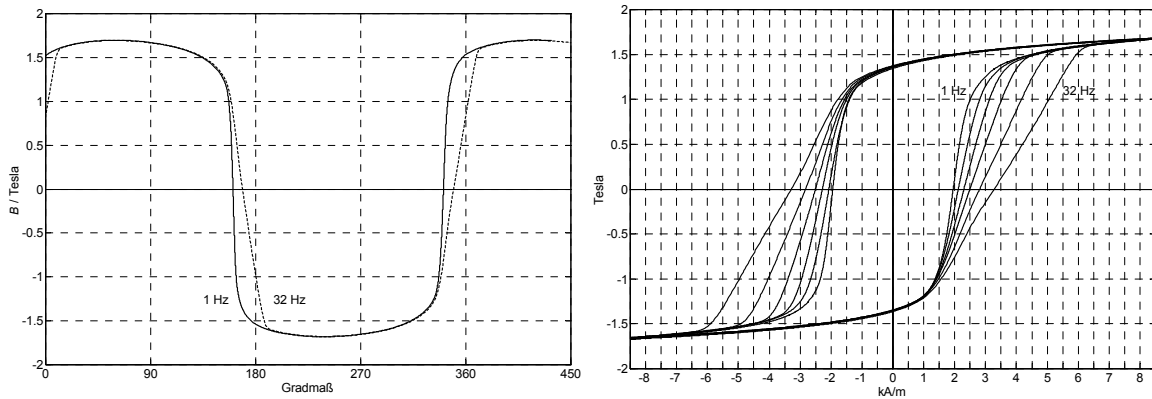


Abb. 3.8: Zeitfunktion des Magnetflusses (links), Hysteresekurven bei unterschiedlichen Frequenzen (rechts). Der Skineffekt macht sich im Nulldurchgang als nichtlinearer Effekt bemerkbar, die Linearisierung aus Abb. 3.7 ist hierfür nicht mehr genau genug. Messfrequenzen: 1, 2, 4, 8, 16, 32 Hz.

3.3.3 Messungen am Joch

Die Herstellung eines mit zwei Spulen bewickelten Saitenringes ist sehr zeitaufwändig; für Marktuntersuchungen sind deshalb einfachere Messverfahren wünschenswert. Im Folgenden wird als Alternative ein **Jochprüfstand** vorgestellt, bei dem die zu messende Saite in den Luftspalt eines ringförmigen Elektromagneten eingespannt wird.

Zur Messung der Magnetparameter nutzt man die **Stetigkeitsbedingungen**, die beim Felddurchtritt an Grenzflächen auftreten [z.B. 7]. An der Saite/Luft-Grenzfläche ist die Tangentialkomponente der Feldstärke H stetig. Wenn die Saitenachse parallel zu den Feldlinien im Luftspalt liegt, entspricht die Feldstärke H_i im Saiteninneren folglich der Feldstärke der angrenzenden Luftschicht H_L . Somit kann die Feldstärke im Inneren der Saite bestimmt werden, ohne in dieses Gebiet vordringen zu müssen. Zur **Messung** von H_L wickelt man zwei Spulen mit unterschiedlichen Durchmessern um die Saite: Eine eng anliegende innere Spule mit dem Durchmesser D_1 , und koaxial eine zweite Spule mit dem Durchmesser $D_2 > D_1$. Wenn die Saite von einem sinusförmigen magnetischen Wechselfluss Φ durchströmt wird, entstehen in beiden Spulen Induktionsspannungen, die von Φ , von der Frequenz f und von den Windungszahlen abhängen. Falls beide Spulen dieselbe Windungszahl N aufweisen, kann durch gegenphasiges Zusammenschalten beider Spulen der Spannungs-Anteil wegkompensiert werden, der von dem durch die innere Spule fließenden Magnetfluss herrührt. Die Spulenkombination misst folglich nur mehr den Magnetfluss des *ringförmigen Bereiches* zwischen den beiden Spulenflächen. Über die bekannte Permeabilität der Luft (μ_0) ist hiermit die Luftfeldstärke H_L bestimmbar, die der axialen Saiten-Feldstärke entspricht (Homogenität vorausgesetzt).

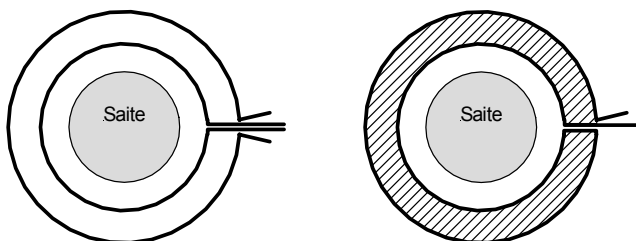


Abb. 3.9: Koaxiale Ringspule.
Links: Zwei Wicklungen mit je 1 Wdg.
Rechts: Ringwicklung zur H -Messung.

Abb. 3.9 zeigt einen Querschnitt durch die Messanordnung. Das von einem (im Bild nicht gezeichneten Elektromagneten erzeugte) Magnetfeld steht senkrecht auf der Betrachtungsebene; es verläuft parallel zur Saitenachse und durchdringt zwei Spulenwicklungen, welche die Saite konzentrisch umschließen. Die Querschnittsfläche der Saite sei S_S , die Querschnittsfläche der inneren Wicklung sei S_1 , die der äußeren Wicklung S_2 . Aus Gründen der Übersichtlichkeit besteht im Bild jede Wicklung nur aus einer Windung, in der Praxis sind je 100 Windungen ein guter Kompromiss zwischen Empfindlichkeit und Größe (eigentlich 'Kleinheit'). Die Windungszahlen der beiden Wicklungen sollten* exakt gleich sein, damit beim gegenphasigen Zusammenschalten nur das zwischen den beiden Wicklungen in der Ringfläche fließende Magnetfeld einen Beitrag zur induzierten Spannung leistet. Im rechten Bild von Abb. 3.9 sind zwei Enden der Wicklungen so miteinander verbunden, dass eine die Ringfläche ($S_2 - S_1$) umschließende Wicklung W_H entsteht. Die in W_H induzierte Spannung hängt nach dem Induktionsgesetz von der Windungszahl N ab, und von der zeitlichen Änderung des die Ringfläche durchströmenden Magnetflusses Φ_{Ring} , der seinerseits ein Produkt aus Ringfläche, magnetischer Feldstärke H und Luft-Permeabilität μ_0 ist.

Aus der Ring-Induktionsspannung U_H kann die **Ringflächen-Feldstärke** H berechnet werden:

$$U_1 = N \cdot d\Phi_1/dt; \quad U_2 = N \cdot d\Phi_2/dt; \quad U_H = U_2 - U_1 = N \cdot d\Phi_{\text{Ring}}/dt$$

$$H = \int \frac{U_H}{N \cdot \mu_0 \cdot (S_2 - S_1)} dt$$

$$S_2 - S_1 = \text{Ringfläche}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

Voraussetzung für genaue Messungen ist ein homogenes H -Feld, das mit magnetisch gut leitenden Polschuhen in ausreichender Genauigkeit herstellbar ist. Die Messspulen können mit sehr dünnem Draht gewickelt werden, was kleine Abmessungen ermöglicht. Mit ca. 100 Windungen erhält man Induktionsspannungen im Bereich zwischen 10 – 100 μV , dies ist mit rauscharmen Verstärkern gut messbar. Allerdings muss großer Wert darauf gelegt werden, keine externen Störfelder mitzumessen (Zuleitungen, Schirmung, Erdung!). Falls nicht die Spannung der Ringwicklung, sondern die Einzelspannungen der beiden Koaxspulen aufgezeichnet werden, ist besonders hohe Präzision erforderlich: Die Ringspannung U_H ergibt sich als Differenz zweier Spannungen, die u.U. hundertmal so groß sind. Ungleichheiten zwischen den beiden Messkanälen im %-Bereich könnten bereits zu inakzeptablen Fehlern führen.

Neben der **Ringflächen-Feldstärke** H , die näherungsweise der axialen Feldstärke in der Saite entspricht, ist als zweite Feldgröße die axiale **Saitenflussdichte** B zu messen. Saitenmagnetfluss Φ und Saitenflussdichte B könnten über die in der inneren Spule induzierte Spannung U_1 ermittelt werden. Allerdings ergibt sich hierbei ein systematischer Fehler, weil die innere Spule bei einem für verschiedene Saitendurchmesser passenden Prüfstand nicht direkt auf der Saite aufliegt. Somit würde immer auch ein Flussanteil mitgemessen, der nicht durch die Saite, sondern durch die umgebende Luft fließt. Bei hoher Saitenpermeabilität könnte dieser Fehler zwar vernachlässigbar sein, im Bereich der Sättigung ist die Saiten-Permeabilität aber nicht mehr hoch, der Messfehler wäre inakzeptabel. Trotzdem gibt es einen eleganten Weg, die magnetische **Polarisation** J der Saite direkt zu messen. J kann man sich als "materialgebundenen Flussdichte-Anteil" vorstellen. In Luft entsteht bei eingepprägter Feldstärke H die Flussdichte $B_0 = \mu_0 \cdot H$. Bringt man ein ferromagnetisches Material in dieses H -Feld, so erhöht sich die Flussdichte auf $B = \mu_r \cdot B_0$, was umgeformt wird auf:

$$B = (\mu_r - 1) \cdot B_0 + B_0 = J + B_0 \quad J = B - B_0 \quad J = \text{magnetische Polarisation}$$

* Bei getrennter Aufzeichnung der beiden Spulenspannungen kann auch eine rechnerische Korrektur erfolgen.

J ist also der Anteil, um den (materialbedingt) die Flussdichte von B_0 auf B erhöht wird. Die in den Wicklungen W_1 und W_2 induzierten Spannungen lassen sich hiermit umformen auf:

$$U_1 = S_1 \cdot N \cdot \dot{B}_0 + S_S \cdot N \cdot J \quad U_2 = S_2 \cdot N \cdot \dot{B}_0 + S_S \cdot N \cdot J$$

$S_1 \cdot N \cdot \dot{B}_0$ ist der Spannungsanteil, der in der inneren Spule induziert würde, wenn keine Saite vorhanden wäre. Hierzu kommt der von der Saite gelieferte zweite Summand $S_S \cdot N \cdot J$. In den beiden Spannungsgleichungen kann \dot{B}_0 eliminiert werden, woraus J bestimmbar wird*:

$$J = \int \frac{U_2 - kU_1}{(k-1) \cdot N \cdot S_{\text{Saite}}} dt \quad k = S_2 / S_1$$

Damit sind bei bekannter Spulengeometrie mit den beiden Spulenspannungen U_1 und U_2 die Feldstärke und die Polarisation in der Saite bestimmbar.

Die Messgenauigkeit wird bei der H -Messung von der Ringspannung U_H und der Ringfläche bestimmt. Auf die Probleme der Differenzbildung wurde bereits hingewiesen. Die Ringfläche sollte sehr klein sein, um nur das direkt neben der Saite bestehende Luftfeld zu messen; damit ist die präzise Flächenbestimmung aber erschwert. Mittels Helmholtz-Spulen kann jedoch ein sehr präzises Magnetfeld erzeugt werden, mit dessen Hilfe die H -Messung kalibrierbar ist. Für die J -Messung muss vor allem das Flächenverhältnis $k = S_2 / S_1$ genau bekannt sein. Die Kalibrierung erfolgt hierbei ohne Saite: Der Wert von k wird ggf. so lang korrigiert, bis sich J zu null ergibt. Bei der Integration, die am einfachsten mit den digitalisierten Signalen durchgeführt wird, ist auf äußerst präzise Offsetkompensation zu achten. Werden hierbei Fehler gemacht, schließt sich die Hysteresekurve bei mehrfachem Umlauf nicht, sondern läuft auseinander bzw. wird mit falscher Breite dargestellt.

Abb. 3.10 zeigt Messergebnisse einer "Noname"-Saite, die mit der o.a. Messanordnung gewonnen wurden. Der H/J -Zusammenhang ist nichtlinear und gedächtnisbehaftet, und typisch für schwach hartmagnetische Materialien. Die Kurven können nur im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen werden. Für die Koerzitiv-Feldstärke erhält man $JH_C = 1,6 \text{ kA/m}$, für die Remanenz $J_R = 1,4 \text{ Tesla}$. Der Vergleich mit Markenware (Abb. 3.11) offenbart bezüglich der Magnetparameter keinen nennenswerten Unterschied.

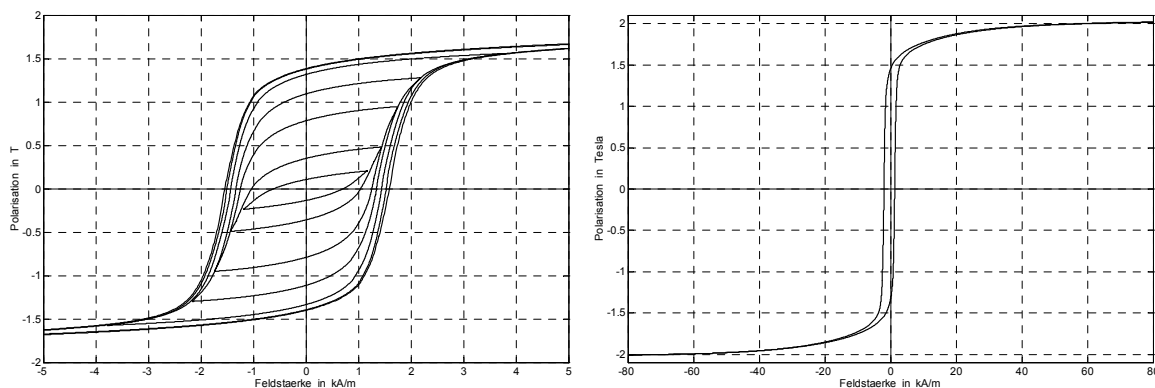


Abb. 3.10: Hysterese-Schleifen, gemessen am Jochprüfstand mit einer "Noname"-Saite ($\varnothing = 0,43\text{mm}$, plain.)

✂ Text in Bearbeitung ✂

* Der Buchstabe J wird a.a.O. auch für die elektrische Stromdichte verwendet!