

### 10.1.8 Rauschprozesse

Rauschen gehört zu den Zufallssignalen; sein Verlauf kann nicht vorhergesagt werden. Die einfachste quantitative Beschreibung erfolgt über Effektivwert, Bandbreite und spektrale Hüllkurvencharakteristik ( $dP/df = \text{const.}$  oder  $1/f$ ). Ergänzende Angaben zur Zeitfunktion liefern Distribution (= WSK-Dichte) und Kumulation (= WSK-Verteilung), zusätzliche Informationen zur spektralen Verteilung ergeben sich aus DFT- und Terzspektren. Für die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung von Zufallssignalen wird auf die am Kapitelende zitierte Literatur verwiesen, die folgende Auflistung stellt die wichtigsten Rauschprozesse kurz vor.

#### a) Thermisches Rauschen (weiß, d.h. $dP/df = \text{const.}$ )

Die temperaturabhängigen zufälligen Bewegungen der freien Ladungsträger eines Leiters bzw. Widerstandes ergibt an den unbelasteten (leerlaufenden) Anschlussklemmen die thermische Leerlauf-Rauschspannung, deren Effektivwert (RMS-Wert) sich wie folgt berechnet:

$$\boxed{\tilde{U}_n = \sqrt{4kT \cdot \Delta f \cdot R}, \quad e_n = \sqrt{4kT \cdot R}} \quad 4kT = 1.70 \cdot 10^{-20} \text{ Ws}, \quad T = 308\text{K}$$

Leerlauf-Rauschspannungsdichte  $e_n$  und effektive LL-Rauschspannung  $\tilde{U}_n$  bei  $\Delta f = 10 \text{ kHz}$  am Widerstand  $R$ :

$R =$	58.8	100	200	1k	10k	100k	1M	$\Omega$
$e_n =$	1.00	1.30	1.8	4.1	13.0	41.2	130	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
$\tilde{U}_n =$	0.1	0.13	0.18	0.41	1.3	4.12	13	$\mu\text{V}$

#### b) Schrotrauschen (weiß, d.h. $dP/df = \text{const.}$ )

Schrotrauschen tritt in Halbleitern und in Verstärkerröhren auf. Seine Ursache sind statistische Schwankungen des Stromflusses durch eine Potentialgrenzschicht. Beispielsweise kann die Elektronenemission einer Röhrenkathode durch eine Poissonverteilung modelliert werden, der Strom fließt hierbei nicht kontinuierlich, sondern zufällig schwankend. Das tatsächliche Röhrenrauschen (unter Raumladungsbedingungen) ist etwas geringer als der nachfolgend für Sättigung berechnete theoretische Maximalwert [Meinke/Gundlach]:

$$\boxed{\tilde{I}_S = \sqrt{2e \cdot \Delta f \cdot I_0}, \quad i_S = \sqrt{2e \cdot I_0}, \quad \tilde{U}_S = \tilde{I}_S \cdot R} \quad 2e = 3.204 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Rauschstromdichte  $i_S$ , effektive Rauschspannung  $\tilde{U}_S$  am 10-k $\Omega$ -Widerstand bei 10 kHz Bandbreite, hervorgerufen vom Gleichstrom  $I_0$ :  
[f = Femto =  $10^{-15}$ , p = Pico =  $10^{-9}$ ]

$I_0 =$	10 n	100 n	1 $\mu$	10 $\mu$	100 $\mu$	1 m	10 m	A
$i_S =$	56,6 f	179 f	566 f	1,79 p	5,66 p	17,9 p	56,6 p	$\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$
$\tilde{U}_S =$	56,6 n	179 n	566 n	1,79 $\mu$	5,66 $\mu$	17,9 $\mu$	56,6 $\mu$	V

Die Relation zwischen Schrotrauschspannung  $\tilde{U}_S$  und thermischer Rauschspannung  $\tilde{U}_n$  hängt ab von der am Widerstand abfallenden Gleichspannung und der Temperaturspannung:

$$\boxed{\tilde{U}_S/\tilde{U}_n = \sqrt{U_0/2U_T}} \quad U_0 \text{ ist die Gleichspannung am Widerstand } R; \quad 2U_T = 2 \cdot 26 \text{ mV} = 52 \text{ mV}.$$

**c) Funkelrauschen** (in etwa rosa, d.h.  $dP/df \sim 1/f$ )

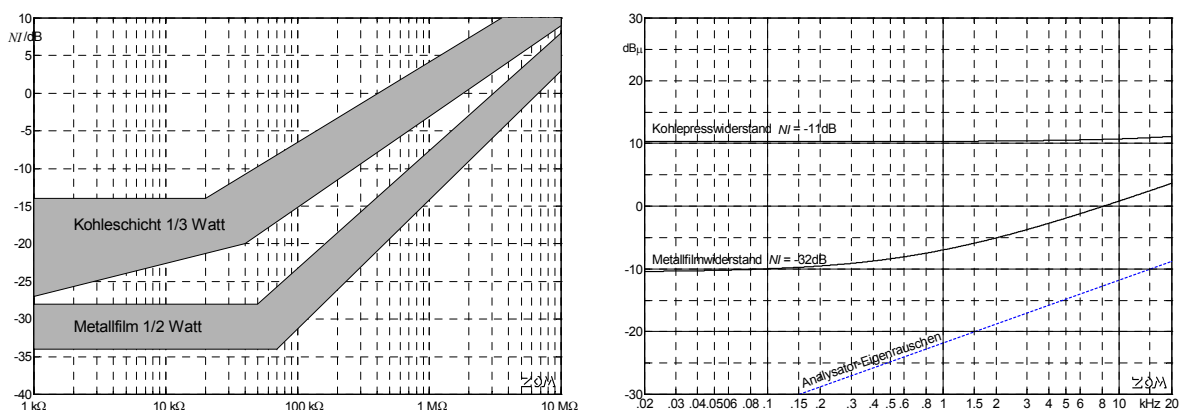
Tieffrequentes  $1/f$ -Rauschen, dessen Ursachen Materialinhomogenitäten, Fertigungsmängel, Verunreinigungen und Ladungsfluktuationen an Oberflächen sind. Der Name kommt von den auf der Kathode einer Verstärkerröhre herumspringenden (funkelnden) Brennflecken. Die Leistungsdichte nimmt (vereinfacht) mit  $1/f$  zu hohen Frequenzen hin ab (rosa Rauschen); es wurden aber auch Rauschprozesse beobachtet, deren spektrale Leistungsdichte nicht genau der  $1/f$ -Hyperbel entspricht. Funkelrauschen ist nur im Bereich tiefer Frequenzen relevant.

Das in gleichstromdurchflossenen **Widerständen** verursachte  $1/f$ -Rauschen wird durch den **Noise-Index**  $NI$  charakterisiert. Kleinen  $NI$  haben Metallfilmwiderstände (homogene Kristallstruktur), großen  $NI$  findet man bei Kohlepresswiderständen. Im Allgemeinen rauschen hochbelastbare (großvolumige) Widerstände bei gleicher Bauart weniger als niedrigbelastbare.

$$NI = 20 \cdot \lg \frac{U_{10} / \mu V}{U_0 / V} \text{ dB}$$

$$U_{10} = U_0 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{NI/20 \text{ dB}}$$

$U_0$  ist die am Widerstand anliegende Gleichspannung,  $U_{10}$  ist die pro Frequenzdekade entstehende  $1/f$ -Rauschspannung (Effektivwert);  $NI = 0 \text{ dB} \Rightarrow 1 \mu\text{V/V}$ .



**Abb. 10.1.30:** Links: Noise-Index  $NI$  für zwei verschiedene Widerstandsarten. Die grauen Flächen zeigen den Streubereich zwischen typischen Mittelwerten und typischen Maximalwerten für unterschiedliche Widerstände. Rechts: Gemessene Terz-Rauschspannungspegel; gestrichelt: Analysator-Eigenrauschen. Rosa Rauschen ergibt einen frequenzunabhängigen Terzpegel, bei Weißem Rauschen steigt der Terzpegel mit 10 dB/Dekade.

In **Abb. 10.1.30** ist der  $NI$  für verschiedene Widerstandsarten angegeben. Die grau hinterlegten Felder können aber nur grobe Orientierungswerte liefern, da der individuelle Aufbau des Widerstandes großen Einfluss auf den  $NI$  hat. Im rechten Bild sind Messwerte dargestellt, die an zwei in Reihe liegenden, von 1 mA Gleichstrom durchflossenen 68-k $\Omega$ -Widerständen ermittelt wurden. Die inkohärenten Rauschströme der beiden Widerstände sind pythagoreisch zu addieren, zusätzlich ist die gegenseitige Belastung und die Belastung durch den Analysator (100 k $\Omega$ ) zu berücksichtigen. Die Metallfilmwiderstände zeigen hochfrequent thermisches Weißes Rauschen, tieffrequent stromabhängiges Rosa Rauschen; bei den Kohlepresswiderständen dominiert praktisch im gesamten Frequenzbereich das stromabhängige Rosa Rauschen. Der Noise-Index der Kohlepresswiderstände ergibt sich aus dieser Messung zu -11 dB, für die Metallfilmwiderstände ergibt sich der  $NI$  zu -32 dB; tieffrequent unterscheiden sich die Rauschleistungsdichten der beiden Widerstandsarten also **um den Faktor 126**. Dieser Unterschied ist stromabhängig, 1 mA ist für Vorstufen-Anodenströme typisch.

Aber trotz dieses großen Stromrauschens: Die Kohlepresswiderstände werden im Katalog des Händlers als "**absolut High-End**" angeboten, was man eigentlich nur als das obere Ende des möglichen Widerstandsrauschens interpretieren kann. Dass diese Kohlepresswiderstände (gegenüber Metallfilmwiderständen) auch noch wesentlich größere Widerstandsstreuungen aufweisen, darf den High-End-Fan ebenfalls nicht stören: Maximal  $\pm 10\%$  (Kohle) gegenüber maximal  $\pm 1\%$  (Metall). Und die Messung bestätigt:  $+7\%$  (Kohle) gegenüber  $-0,3\%$  (Metall). Der Preisunterschied? Wie erwartet: Die Kohlepresswiderstände (**Carbon Composit**) sind ungefähr zehnmal so teuer wie die Metallfilmwiderstände. Klar, oder? Mehr Rauschen, mehr Widerstands-Toleranz, mehr Geld.

Bleibt noch die Frage, ob die Unterschiede im Stromrauschen gegenüber dem von der Röhre erzeugten **Schrotrauschen** überhaupt eine Rolle spielen. Für eine **ECC83** (12AX7) kann man die äquivalente Eingangsräuschspannungsdichte in guter Näherung mit ca.  $5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  ansetzen. Bei 34 dB Spannungsverstärkung ergeben sich damit an der Anode  $250 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , entsprechend einem 1-kHz-Terzpegel (232 Hz Bandbreite) von  $11.6 \text{ dB}\mu$ . Das thermische Rauschen der bei Gitarrenverstärkern in der Eingangsstufe üblichen **Gittervorwiderstände** ( $68 \text{ k}\Omega // 68 \text{ k}\Omega = 34 \text{ k}\Omega$ ) ist demgegenüber ungefähr fünfmal so groß (Kap. 10.1.7), womit in der 1-kHz-Terz bereits stattliche **26 dB** entstehen. Und das vom Anodenstrom verursachte Widerstandsrauschen? Mit 100 V Gleichspannungsabfall am Anodenwiderstand und einem Noise-Index von  $NI = -11 \text{ dB}$  ergäbe sich bei Leerlauf ein 1-kHz-Terzpegel von  $19 \text{ dB}\mu$ , mit Belastung durch den Röhren-Innenwiderstand reduziert sich dieser Wert auf ca. **11 dB**. Das Stromrauschen eines Kohle-Anodenwiderstandes ( $NI = -11 \text{ dB}$ ) liegt bei 1 kHz also um 15 dB unter dem Rauschen der Vorstufe; bei höheren Frequenzen wird dieser Abstand noch größer, und erst unter 31 Hz würde nach diesem Modell das Stromrauschen überwiegen.

*Also:* Das Stromrauschen üblicher Kohlewiderstände ist bei derartigen Schaltungen unhörbar.  
*Aber:* Es soll da auch Kohlepresswiderstände geben, deren  $NI$  nicht bei  $-11 \text{ dB}$ , sondern bei  $0 \text{ dB}$ , oder sogar noch höher liegt – das könnte so gerade eben hörbar werden.  
*Frage:* Lohnt sich dafür der zehnfache Preis? *Antwort:* Ja, den Handel freut's.

Zwei Vorteile werden häufig erwähnt, um die scheinbare Überlegenheit der Kohlepresswiderstände physikalisch zu untermauern: Hohe Impulsbelastbarkeit, und geringe Induktivität. Es gibt sicher Anwendungen, bei denen die relativ große thermische Zeitkonstante eines Kohlepresswiderstandes Überhitzungen vermeiden hilft – die Vorstufen von Gitarrenverstärkern gehören aber nicht dazu. Und die den Filmwiderständen nachgesagte **Induktivität**? Im NF-Bereich vollkommen unerheblich! Die Impedanz eines  $100\text{-k}\Omega$ -Widerstandes erhöht sich bei 100 kHz um  $0,000000002\%$ , wenn man  $1 \mu\text{H}$  Induktivität zugrunde legt. Diese Impedanz-Erhöhung sollte man in Relation zu den bei Kohlepresswiderständen üblichen fertigungsbedingten Toleranzen sehen, die laut Datenblatt  $10\%$  betragen. Und nicht vergessen:  $1 \mu\text{H}$  ist schon sehr hochgegriffen, in Datenblättern findet man häufig nur "einige Nanohenry". Von den kapazitiven Blindwerten sprechen die Metallophoben hingegen lieber nicht: So etwas gibt's nämlich auch bei Kohlewiderständen. Muss man sie berücksichtigen? Ja, natürlich ... über ca. 1 MHz bekommen ihre Blindströme Bedeutung.

**The never ending Internet Story about Carbon Comps:** Smooth, creamy sound... Are unstable, should not be used... Very clean and natural sound... Should be avoided... Taut and 3dimensional sound... Make the working point drift away... Are the only choice for guitar amps... Never heard any difference in sound... Light-years ahead. To be continued daily ...

**Literatur:** Motchenbacher/Connelly: Low-Noise Electronic System Design, Wiley 1993. Connor: Rauschen, Vieweg 1987. Hänsler: Statistische Signale, Springer 1991. Bendat/Piersol: Random Data, Wiley 1986.