### 1.6.3 Teilton- und Summenpegel

Die reale Gitarrensaite besteht nicht nur aus einer Masse und einer Steifigkeit, vielmehr sind diese beiden Größen kontinuierlich verteilt. Als Konsequenz dieser räumlichen Verteilung bildet sich eine Vielzahl von Eigenschwingungen aus (Kap. 1.1 und 1.3), die alle mit ihrer individuellen Frequenz $f_i$, Anfangsphase $\varphi_i$ und Dämpfung $\vartheta_i$ abklingen. Die tatsächliche Schwingung ist eine Überlagerung (Addition, Superposition) der Einzelschwingungen, die jeweils noch in zwei Ebenen auftreten – mit wiederum unterschiedlichen Parametern. Diese schon relativ komplizierte Beschreibung ist aber immer noch eine Vereinfachung, denn insbesondere bei lautem Anschlag müsste auch noch nichtlineares Verhalten berücksichtigt werden.

Tieffrequente Teiltöne klingen typischerweise lange nach, während hochfrequente Teiltöne schnell abklingen, vor allem bei alten Saiten. Der Pegelverlauf für die einzelnen Teiltöne muss frequenzselektiv ermittelt werden, z.B. mit einem schmalbandigen Bandpassfilter, dessen Mittenfrequenz auf die Teiltonfrequenz abgestimmt wird. Wählt man die Filterbandbreite zu groß, dann wird das Messergebnis auch von Nachbartönen beeinflusst, wählt man sie zu klein, dann werden schnelle Pegeländerungen nicht richtig wiedergegeben. Systemtheoretisch sind bei der selektiven Analyse zwei Filter in Kette geschaltet: Die Saite und das Bandfilter. Das Filter-Ausgangssignal ergibt sich aus dem Filter-Eingangssignal (Saitenschwingung), gefaltet mit der Impulsantwort des Filters. Je schmalbandiger das Filter, desto langsamer klingt seine Impulsantwort ab, und desto stärker wird der Teiltonpegelverlauf verfälscht.

Dieses Problem existiert grundsätzlich, egal wie die Schmalbandfilterung erzeugt wird. Auch eine DFT (Diskrete Fourier-Transformation) kann als Filterbank interpretiert werden: Hierzu wird das DFT-Fenster (z.B. Hanning) längs der Zeitachse verschoben, und die nun zeitvariante Spannung jedes diskreten Frequenzpunktes als zeitdiskrete Filter-Ausgangsspannung interpretiert (STFT = Short-time Fourier Transform).

Bei der STFT wird das zu analysierende Zeitsignal $\underline{u}(t)$ zuerst mit einem Gewichtsfenster $g(t)$ multipliziert; diese Gewichtsfunktion ist nur während kurzer Zeit von null verschieden, ansonsten null. Über das derart gewichtete Signal wird die DFT berechnet, was bei der individuellen Frequenz $f$ einen komplexen Momentanwert ergibt. Nun wird das Fenster um einen Abtastwert verschoben, und wieder eine DFT berechnet, usw.

$$\underline{U}(t',\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{u}(t) \cdot g(t'-t) \cdot e^{-j\omega(t'-t)} \cdot dt \qquad \text{STFT}$$

$$\underline{z}(t') = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{x}(t) \cdot \underline{y}(t'-t) \cdot dt \qquad \text{Faltung}$$

Integriert wird bei der STFT formal über die unendlich dauernde Zeit $t$, de facto aber nur über den Fenster-Ausschnitt, der mit $t'$ verschoben wird; die $e$-Funktion kommt von der Fourier-Transformation. Die gleiche Form hat das Faltungsintegral, dessen erster Faktor als zu filternde Zeitfunktion aufgefasst wird, und dessen zweiter Faktor – als Impulsantwort – eine mit $g(t)$ gewichtete Schwingung der Kreisfrequenz $\omega$ ergibt. Damit ist gezeigt, dass die STFT wie ein (digitales) Filter funktioniert, mit allen systemtypischen Selektivitätsproblemen.

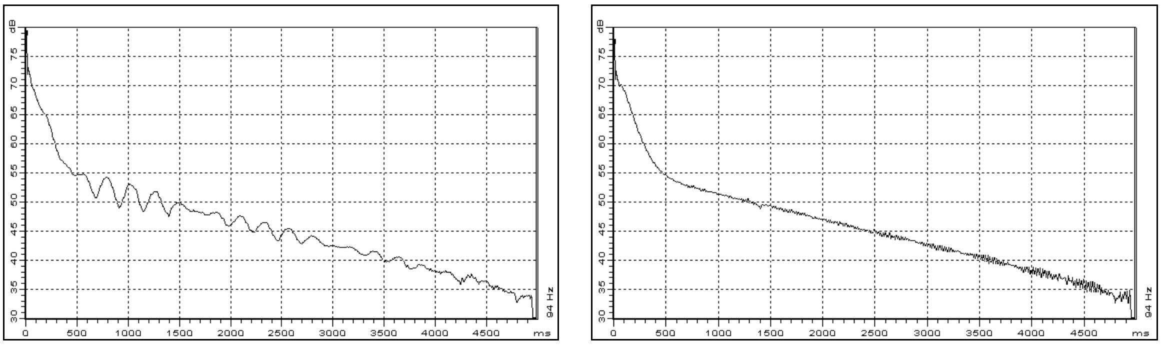


**Abb. 1.50** Grundton-Pegelverlauf (*G#*): 40-dB-Kaiser-Bessel-Fenster (links), 60-dB-Kaiser-Bessel-Fenster.

Während es nur *ein* (theoretisches) Langzeitspektrum gibt, existieren (je nach Parametrierung) beliebig viele Kurzzeitspektren, die sich zum Teil deutlich unterscheiden. In **Abb. 1.50** wird derselbe Ausschwingvorgang mit 2 unterschiedlichen DFT-Fenstern untersucht. Die im linken Bild sichtbaren Schwebungen sind Leakage-Effekte des DFT-Fensters, wie sie in ähnlicher Form auch beim Hamming-Fenster und 40-dB-Gauss-Fenster♣ auftreten. Obwohl diese Analyse nicht als falsch bezeichnet werden kann, ist es doch zweckmäßiger, ein Fenster mit stärkerer Flankenbedämpfung zu verwenden (z.B. 60 dB, rechtes Bild).

Eine 512-Punkte DFT ergibt für 48 kHz Abtastfrequenz einen Linienabstand von 94 Hz. Für die Auflösung eines E2-Spektrums (82,4 Hz Grundfrequenz) ist dieses Frequenzraster zu grob. Mit einer 8K-DFT verringert sich der Linienabstand auf 5,9 Hz, gleichzeitig wächst die Blocklänge aber auf 171 ms an. Der selektiven Pegelmessung liegt dann eine filterbedingte Mittelungszeit von 171 ms zugrunde (Gewichtung entsprechend *g(t)*), die alle schnellen Pegeländerungen verschleift. Zwischen diesen beiden Extremen sollte ein Kompromiss gefunden werden.

Aus dem zeitlichen Verlauf der Teiltonpegel kann durch Summation der Gesamtpegel berechnet werden. Hierbei dürfen aber nicht einfach die dB-Werte zusammengezählt werden, vielmehr müssen die Einzel*leistungen* addiert werden (inkohärente Quellenaddition). Da Leistungen stets positiv sind, kann der Gesamtpegel nie kleiner sein als die Einzelpegel – sofern alle mit gleicher Mittelungsart gemessen wurden! Bei unterschiedlicher Mittelung kann jedoch der Summenwert kurzzeitig schon kleiner sein als die Einzelwerte.

**Zusammengefasst** ergibt sich folgendes Bild: Die Teilton*leistungen* klingen näherungsweise exponentiell ab, die Teilton*pegel* linear. Weisen die griffbrettnormalen und griffbrettparallelen Schwingungen unterschiedliche Bedämpfung auf, so kann sich im Pegelverlauf ein Knick ergeben; sind auch noch die beiden Frequenzen unterschiedlich, so können Schwebungen entstehen. Messtechnisch unvermeidliche Mittelungsverfahren verschleifen den Pegelverlauf. Der Gesamtpegel wird im ersten Moment nach dem Anzupfen stark von den hochfrequenten Teiltonpegeln beeinflusst, diese klingen aber schnell ab. Nach kurzer Zeit dominieren einige wenige tieffrequente Teiltöne, die langsam abklingen. Deshalb fällt der Gesamtpegel häufig nicht linear ab, sondern zunächst schnell, und zunehmend langsamer. Da viele Teiltöne beteiligt sind, ergibt sich kein scharfer Knick, sondern ein verrundeter Verlauf.

♣ ausführlicher in: M. Zollner, Signalverarbeitung, Hochschule Regensburg, 2010.