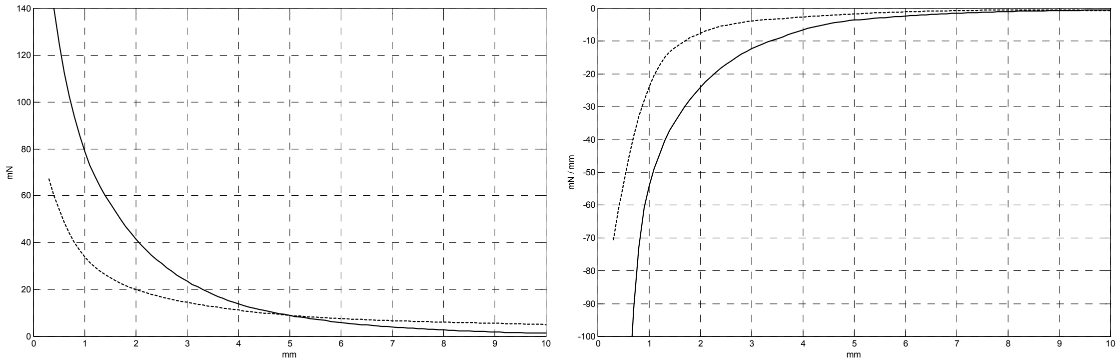


Abb. 4.49: Magnetkraft als Funktion der lichten Weite. Alnico-5, Singlecoil (——), Gibson-Humbucker (---). Im rechten Bild ist die differentielle Steifigkeit als Funktion der lichten Weite dargestellt.

Die **negative Magnetfeldsteifigkeit** wirkt sich aber nur für griffbrettnormale Schwingungen aus; bei griffbrettparallelen Saitenschwingungen bleibt der Saite/Magnet-Abstand praktisch konstant, die Magnetfeldsteifigkeit ist hierfür vernachlässigbar[♣]. Bei der griffbrettnormalen Schwingung bewirkt die negative Feldsteifigkeit eine Abnahme der mechanischen Steifigkeit, und damit eine Abnahme der Saiten-Teiltonfrequenz. Der Effekt ist nicht dramatisch, aber bei starken Magneten hörbar: Beim Annähern des Magneten an die Saite nimmt die Tonhöhe ab. Nun verläuft aber jede Saitenschwingung räumlich, und nicht als ebene Transversalschwingung. Selbst wenn nach dem Anzupfen kurzzeitig eine *ebene* Schwingung vorherrscht, sorgen Modenkopplung in den Lagerpunkten und nicht zuletzt das Magnetfeld für eine Drehung der ursprünglichen Schwingungsebene. Die Drehfrequenz ist niedrig (wenige Hertz), es entstehen langsame, schwebungsähnliche **Amplitudenschwankungen** im Tonabnehmersignal (4.11.3).

Außer der Tonhöhe verändert der Magnet also auch die Klangfarbe der schwingenden Saite. Ob dies gut oder schlecht ist, hängt von subjektiven Bewertungskriterien ab. Viele Gitarristen sind der Meinung, die bei der Stratocaster auftretenden chorusähnlichen Schwebungen gehören zum typischen Klang dieser Gitarre – solange sie nicht zu dominant auftreten. Die in gleich mehreren Büchern geäußerte Vermutung (bzw. bei Fachautoren "Gewissheit"), das Magnetfeld würde "die Obertöne im Vergleich zu den Grund*tönen* ganz leicht verstimmen", ist falsch: Am stärksten verstimmt wird der **Grundton**. Der sich seit 2001 fragt, wieso er plötzlich in der Mehrzahl vorkommt, und die Ankündigung: *Weitere Handbücher sind in Vorbereitung* als schiere Drohung empfindet. Aber so sind sie halt, die Grundtöne der Saite.

4.11.2 Feldbedingte Tonhöhenabweichungen

Wird ein Magnettonabnehmer an die Saite angenähert, sind drei Auswirkungen zu erwarten: Die **Tonhöhe** sinkt, es entstehen chorusähnliche **Schwebungen**, die **Amplitude** ändert sich. Die Frequenz insbesondere des Grundtones wird durch die negative Feldsteifigkeit verringert, was bei starker Ausprägung hörbar werden kann. Die Verstimmung zwischen griffbrettnormaler und griffbrettparalleler Schwingung bewirkt Schwebungen, die geänderte Frequenzrelation der Teiltöne erzeugt in nachfolgenden nichtlinearen Systemen zusätzliche Teiltöne, die den Choruseindruck noch verstärken können. Echte Dämpfung, d.h. Entzug von Schwingungsenergie, tritt nur in unbedeutendem Umfang auf. Zunächst zur Tonhöhe:

[♣] Wenn die Saite deutlich neben der Magnetachse verläuft, werden beide Schwingungsrichtungen beeinflusst.

Die Resonanzfrequenz eines schwingungsfähigen Masse-Feder-Systems hängt von der Wurzel aus der Federsteifigkeit ab. Die vom Magnetfeld verursachte Steifigkeit ist negativ, weil das Annähern des Magneten keine Kraft *in Richtung* der Bewegung erfordert (wie bei jeder normalen Feder), sondern in Gegenrichtung: Der Magnet muss nicht mit Kraftaufwand gegen die Saite gedrückt werden, sondern ganz im Gegenteil zurückgehalten werden. Die hierbei auftretende negative Steifigkeit verringert die Gesamtsteifigkeit der Saite, und erniedrigt die Schwingfrequenz. Inwieweit dieser Effekt frequenzabhängig auftritt, d.h. welche Teiltöne hiervon besonders betroffen sind, kann mit der **Leitungsanalogie** untersucht werden. Hierbei beschreibt man das mechanische System der schwingenden Saite durch eine analoge elektrische Schaltung, mit den Entsprechungen: Kraft/Strom, Schnelle/Spannung, Feder/Spule, Masse/Kondensator [3]. Der prinzipielle Effekt lässt sich an einer ungedämpften ebenen Transversalwelle studieren, die am Ende ideal am festen Lager reflektiert wird. Der Saite entspricht hierbei eine am Ende kurzgeschlossene elektrische Leitung, deren Länge im Vergleich zu den Wellenlängen nicht mehr als kurz anzusehen ist [z.B. Meinke]. Die entsprechende *mechanische* Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ hängt ab vom Wellenwiderstand Z_W, vom Abschlusswiderstand ($\underline{Z}_{\text{Abschluss}} \to \infty$, wegen Schnelle $v = 0$), von der Leitungslänge l, von der Frequenz f, und von der Phasengeschwindigkeit c. Alle diese Systemparameter lassen sich über Analogiegesetze auf mechanische Größen zurückführen: Die Saitenspannkraft Ψ, die Saitendichte ρ, die Saitenlänge l, und die Saitenquerschnittsfläche A.

$$\underline{Z}_E = \frac{Z_W}{j \cdot \tan \beta l}; \qquad \beta = \frac{\omega}{c} = 2\pi f \sqrt{\rho A / \Psi}; \qquad Z_W = \sqrt{\rho A \Psi} \qquad \text{Leitung}$$

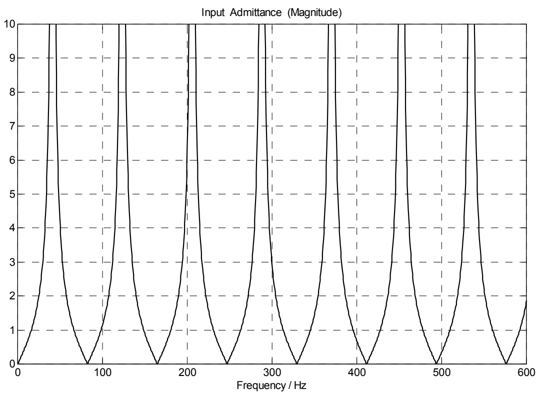
Nimmt man an *beiden* Saitenenden ein festes Lager an ($\underline{Z}_{el} = 0 \;\hat{=}\; \underline{Z}_{mech} = \infty$), so ergeben sich die Eigenfrequenzen (Teiltonfrequenzen) der Saite an den Polen der Tangensfunktion, d.h. bei ganzzahlig Vielfachen der Grundfrequenz $f_G = c/2l$. Der Kehrwert der Grundfrequenz ist die Laufzeit über $2l$, d.h. vom Leitungsanfang bis zum reflektierenden Ende und wieder zurück. Um den Einfluss der negativen Feldsteifigkeit in das Leitungsmodell aufzunehmen, zerteilt man die Saite in zwei hintereinanderliegende Leitungen: Eine erste Leitung der Länge l_1 vom Sattel bis zum Tonabnehmer, und eine zweite Leitung der Länge l_2 vom Tonabnehmer bis zum Steg. Die mechanische Abschlussimpedanz $\underline{Z}$ der ersten Leitung ist dann die Summe aus der Eingangsimpedanz der zweiten Leitung $\underline{Z}_2$ und der Steifigkeitsimpedanz $\underline{Z}_S$: Die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_1$ der ersten Leitung (vom Sattel aus betrachtet) ergibt sich hiermit zu:

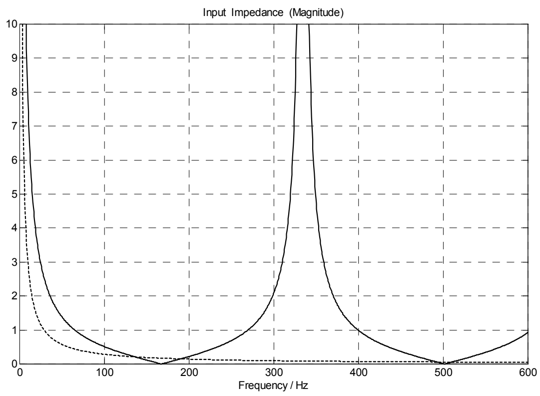
$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z} + jZ_W \cdot \tan \beta l_2}{1 + j\,\underline{Z}/Z_W \cdot \tan \beta l_2} \qquad \underline{Z} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_S \qquad \underline{Z}_S = \frac{s}{j\omega}$$

Die Eigenfrequenzen liegen an den Polen der Impedanzfunktion, d.h. bei $\underline{Z}_1 \to \infty$.

Selbstverständlich kann die Eingangsimpedanz auch vom Steg aus berechnet werden, mit identischem Ergebnis. Für eine erste Kontrolle nimmt man die magnetische Feldsteifigkeit zu null an ($\underline{Z}_S = 0,\ \underline{Z} = \underline{Z}_2$), und erhält mit den Daten einer E_2-Saite tatsächlich die Teiltonfrequenzen bei Vielfachen von 82,4 Hz. Erwartungsgemäß kann eine Feder, deren Steifigkeit null ist, keine Änderungen verursachen. Für jede von null verschiedene Steifigkeit s geht der Betrag von $\underline{Z}_S$ mit wachsender Frequenz gegen null ($\underline{Z}_S = s/j\omega$), woraus sofort zu ersehen ist, dass die magnetische Feldsteifigkeit nur bei den tieffrequenten Teiltönen eine Verstimmung bewirken kann. Da die Feldsteifigkeit negativ ist, *erniedrigen* sich die Teiltonfrequenzen.

In **Abb. 4.50** ist links oben die berechnete (mechanische) Eingangsadmittanz einer E_2-Saite (82,4 Hz) dargestellt. Die Admittanz ist der Kehrwert der Impedanz, ihre Nullstellen liegen bei den Polen von $\underline{Z}_E$. Das obere rechte Bild zeigt den Impedanzbetrag eines 16 cm langen Teilstückes (zwischen Magnet und Steg gelegen, sowie den Impedanzbetrag einer Magnetfeldsteifigkeit (–180 N/m). Ihr Zahlenwert wurde unüblich groß gewählt, um den Effekt zu verdeutlichen. Links unten sind die Auswirkungen dieser Feldfeder auf den Admittanzbetrag der gesamten Saite zu sehen: Insbesondere der erste und zweite Teilton werden verstimmt. Zur Berechnung wurde als Wellenwiderstand 0,7 Ns/m angenommen; die Saitenlänge ist 65 cm, in 16 cm Abstand vom Steg befindet sich der Magnet. Die Teiltonfrequenzen der Saite liegen bei den Nullstellen der Admittanz. Dispersion wurde nicht nachgebildet.





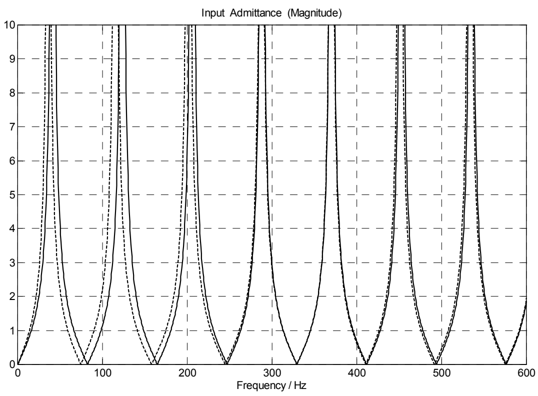


Abb. 4.50: Betragsfrequenzgänge.
Oben links: Admittanz-Betrag einer E2-Saite.
Oben rechts: Impedanzbetrag der Feldsteifigkeit (---), Impedanzbetrag eines 16 cm langen Teilstücks (—); beide Impedanzen sind zu addieren.
Unten links: Admittanzbetrag wie oben links (—), Admittanzbetrag mit zusätzlicher Feldsteifigkeit (---).
Nullstellen → Teiltonfrequenzen.

Ergänzend zu den o.a. Berechnungen sind in **Abb. 4.51** Messungen an einer E_2-Saite dargestellt. Auf eine Ovation Massivholzgitarre (EA-68, Piezotonabnehmer) wurde eine Fender-E2-Saite (3150, 1,1mm Durchmesser) aufgezogen, das Piezosignal wurde analysiert. Die Magnetkräfte erzeugte ein 18 mm langer Alnico-5-Magnet (5 mm Durchmesser), der 16 cm vom Steg entfernt an die Saite angenähert wurde.

Abb. 4.51 zeigt, dass eine genaue Frequenzanalyse problematisch ist: Die auftretenden Verstimmungen betragen nur wenige Hertz, so dass eine Frequenzauflösung von unter 1 Hz wünschenswert ist. Im hierfür benötigten Zeitfenster (mehr als 1 s) ist die Saitenschwingung aber nicht mehr als stationär anzusehen. Die gewählten DFT-Fenster stellen einen Kompromiss zwischen Zeit- und Frequenzauflösung dar (Analyse mit CORTEX-Software *Viper*).

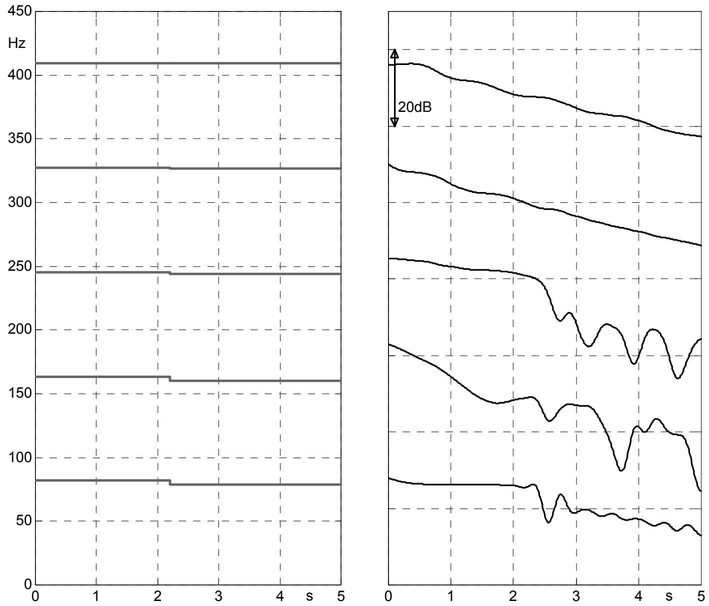


Abb. 4.51: Spektrogramm (links) und Teiltonpegelverlauf (rechts) einer ausschwingenden E2-Saite. Bei 2.2 s wurde an die schwingende Saite ein Magnet angenähert.
Ab 2.2 s nehmen die Frequenzen der ersten und zweiten Harmonischen ab. Bei der 3. Harmonischen ist hauptsächlich eine Pegeländerung festzustellen, die 4. und 5. Harmonische bleiben unverändert (wie auch alle weiteren höheren Harmonischen).

4.11.3 Feldbedingte Amplitudenschwankungen

Messung und Leitungsmodell zeigen übereinstimmend, dass durch den Permanentmagnet die Frequenzen der niedrigsten Harmonischen verstimmt werden. Diese Verstimmung tritt hauptsächlich bei griffbrettnormalen Schwingungen auf; parallel zum Griffbrett, und damit parallel zur Magnetpoloberfläche, sind Feld- und Kraftänderungen nur schwach ausgeprägt. Für die räumliche Saitenschwingung bedeutet dies, dass zwei verschiedenfrequente, räumlich orthogonale Schwingungen auftreten, deren Überlagerung **schwebungsähnliche Pegeländerungen** hervorruft. Bezeichnet man die griffbrettnormale Komponente mit y, und die griffbrettparallele Auslenkung mit x, so gilt für die Gesamtauslenkung ξ in Vektorschreibweise:

$$\vec{\xi} = \begin{pmatrix} \hat{x} \cdot \cos(\omega_1 t) \\ \hat{y} \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi) \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{l} \hat{x} = \text{Amplitude der } x\text{-Komponente} \\ \hat{y} = \text{Amplitude der } y\text{-Komponente} \end{array}$$

Bei monofrequenten Schwingungen ($\omega_1 = \omega_2$) bewegt sich ein Saitenpunkt damit je nach Amplitudenverhältnis $\hat{y}/\hat{x}$ und Phasenverschiebung φ auf einer Strecke, einer Ellipse oder einem Kreis♣ (**Lissajous**-Figuren). Sind die beiden Frequenzen hingegen ungleich, so wechseln sich die o.g. Figuren mit fließenden Übergängen ab. Diese zeitliche Änderung der Kurvenform wird offensichtlich, wenn man für kleine Frequenzunterschiede umformt:

$$\omega_2 t + \varphi = \omega_1 t + \Delta\omega t + \varphi = \omega_1 t + \varphi(t)$$

Sowohl die x- als auch die y-Schwingung enthalten $\omega_1 t$, bei der y-Schwingung existiert aber zusätzlich eine (langsame) zeitabhängige Phasenverschiebung $\varphi(t)$. Ein Sensor, der nur exakt die deckennormale Schwingung abtastet, wird von der sich ändernden Kurvenform jedoch nichts mitbekommen, denn $\hat{y}$ ist zeitinvariant.

♣ Strecke und Kreis sind Sonderformen der Ellipse.