8.1 Tonsysteme

Die Saiten der Gitarre sind in E-A-D-G-H-E gestimmt. Diese Töne sind (u.a.) Elemente einer Tonleiter, die ihrerseits Element eines Tonsystems ist. Hierunter versteht man die (theoretisch unendliche) Menge aller geordneten Töne, und die Festlegung der einzelnen Tonabstände. Bei der abendländischen Musik ist das sog. 12-stufige Tonsystem vorherrschend, mit der aus 12 Tönen gebildeten Tonleiter. Hiervon abweichende Tonsysteme sind z.B. die Pentatonik, deren Tonleiter nur 5 Töne kennt, und die Diatonik mit siebenstufiger Tonleiter. Aus den Regeln des Tonsystems lassen sich die Abstände der Töne (Frequenzrelationen) ableiten, und hieraus ergeben sich Konstruktionsvorschriften für die Gitarre und Regeln zum Stimmen der einzelnen Saiten. Hierfür sind Grundkenntnisse in Schwingungstechnik hilfreich.

Auf der Gitarrensaite breiten sich hauptsächlich **Transversalwellen** (Querwellen) aus, die an den Saitenenden (Steg, Sattel) reflektiert werden. Regt man die Saite monofrequent an, so findet man bei bestimmten Frequenzen besonders stark ausgeprägte Schwingungsmuster (Eigenmoden bei Eigenfrequenzen). Die tiefste Frequenz, bei der eine derartige **Eigenmode** auftritt, ist die Saitengrundfrequenz. Bei vereinfachter Betrachtung sind alle höheren Eigenfrequenzen ganzzahlige Vielfache dieser Grundfrequenz, bei genauerer Analyse findet man eine leichte Frequenzspreizung (Kap. 1).

Abb. 8.1 zeigt die ersten 3 Eigenmoden einer monofrequent schwingenden idealen Saite. Wird die Saite nicht monofrequent, sondern polyfrequent angeregt (z.B. durch einen Impuls), so können sich als Überlagerung viele dieser Eigenmoden zu einem komplizierten Schwingungsbild summieren. Jede der (theoretisch unendlich vielen) **Eigenmoden** ist durch vier individuelle Parameter charakterisiert: Ihre **Eigenfrequenz**, die für die n-te Eigenmode bei der dispersionsfreien Saite der n-fachen Grundfrequenz entspricht (n ganzzahlig), ihre **Amplitude** und **Phase**, sowie ihre **Schwingungsrichtung**. Von diesen vier modenspezifischen Größen soll im Folgenden nur mehr die Frequenz betrachtet werden. Nimmt man willkürlich 100 Hz für die Grundfrequenz an, so liegen die Teiltonfrequenzen höherer Ordnung ($n > 1$) bei 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz usw.. Wird die Saitenlänge halbiert, so erhält man bei identischer Spannkraft eine Verdopplung der Grundfrequenz, die Teiltonfrequenzen liegen dann bei 200 Hz, 400 Hz, 600 Hz, 800 Hz usw..

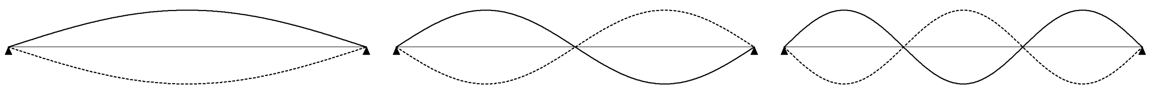

Abb. 8.1: Die ersten drei Eigenmoden der idealen Saite. Grundschwingung (1. Partialton, links); 1. Oberschwingung (2. Partialton, Mitte); 2. Oberschwingung (3. Partialton, rechts).

Die einzelnen Teiltöne (auch Partialtöne genannt) erzeugen aber nicht individuelle Hörwahrnehmungen in dem Sinne, dass beim Anzupfen *einer* Saite eine Vielfalt von Tönen hörbar wird. Vielmehr 'verschmelzen' die auf einer weitgehend unbewussten Verarbeitungsebene erzeugten Partialtonhöhen zu einer einzigen **Saiten-Tonhöhe**, und erst die wird – günstige Randbedingungen vorausgesetzt – bewusst wahrgenommen. Die von der angezupften Saite erzeugte Saiten-Tonhöhe entspricht *in etwa* der von der Grundschwingung erzeugten Tonhöhe, sie ist hiermit aber nicht identisch♣. Zwischen beiden bestehen kleine Abweichungen, die für die ersten, grundlegenden Betrachtungen aber unberücksichtigt bleiben.

♣ Die Teiltöne höherer Ordnung (Obertöne, $n > 1$) verändern die Saitentonhöhe zwar nur in geringem Maße, sie tragen aber erheblich zur hier nicht betrachteten Klangfarbe bei.

Die im Beispiel erwähnte Saite mit 100 Hz Grundfrequenz, und die auf halbe Länge verkürzte Saite (200 Hz Grundfrequenz) erzeugen je einen Ton, im Folgenden T100 und T200 genannt. Im direkten Vergleich nacheinander gespielt, klingen T100 und T200 sehr ähnlich, was nicht weiter verwundert, sind doch die in T200 enthaltenen Teiltonfrequenzen eine Untermenge derer von T100. Das Beispiel lässt sich fortsetzen, wenn man die halbierte Saite (T200) nochmals halbiert (T400). Die nun entstehenden Teiltonfrequenzen 400 Hz, 800 Hz, 1200 Hz usw. sind wiederum Untermengen der in T200 und T100 enthaltenen Teiltonfrequenzen, und Ähnliches ergibt sich bei weiterem Halbieren des jeweiligen Saitenrestes. Alle durch derartiges Halbieren (bzw. Verdoppeln) entstehenden Töne klingen sehr ähnlich, auch wenn sich ihre absolute Tonhöhen deutlich unterscheiden. Da die beim Halbieren bzw. Verdoppeln erzeugte Frequenzrelation 2:1 bzw. 1:2 in der Musik als **Oktave** bezeichnet wird, nennt man die hierbei entstehenden Töne **oktavverwandt**. Der hohe Grad der auditiven Verwandtschaft zweier im Oktavabstand stehender Töne hat dazu geführt, diese Töne mit demselben Buchstaben zu bezeichnen. National wird z.B. der **Normstimmton** mit a^1 (oder a') bezeichnet, der im Oktavabstand darüber liegende Ton mit a^2 (oder a''), international sind hierfür auch die Tonbezeichnungen A_4 bzw. A_5 gebräuchlich.

8.1.1 Das pythagoreische Tonsystem

Die fortgesetzte Halbierung der Saitenlänge ist ein erster Schritt, um verwandte Töne unterschiedlicher Grundfrequenz zu erzeugen. Geht man diesen Weg konsequent weiter, so findet man auch beim **Dritteln der Saitenlänge** Töne, deren Teiltonfrequenzen Übereinstimmungen aufweisen. Die Teiltöne dieses T300 genannten Tones liegen bei 300 Hz, 600 Hz, 900 Hz, 1200Hz usw.. Verglichen mit T200 stimmt jetzt aber nur mehr jede zweite (geradzahlige) Teiltonfrequenz überein, nämlich 600 Hz, 1200 Hz, usw.. (**Abb. 8.2**) Die Grundfrequenz der gedrittelten Saite verhält sich zur Grundfrequenz der halbierten Saite wie 3:2; diese Frequenzrelation (Frequenz-Intervall) wird in der Musik **Quinte** genannt. Daraus leitet sich für die zugehörigen Töne der Begriff **Quintverwandtschaft** ab. Im Vergleich zur Oktavverwandtschaft ist die Quintverwandtschaft weniger stark ausgeprägt.

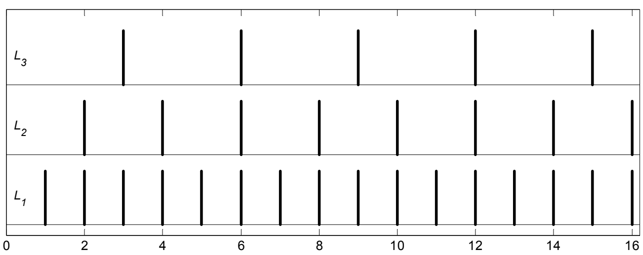

Abb. 8.2: Teiltonspektren von Saiten mit den relativen Längen: $L_1 = 1$, $L_2 = 1/2$, $L_3 = 1/3$. Abszisse: Normierte Frequenz, Ordinate: Amplituden (willkürlich)

Die kombinierte Ausführung von Quint- und Oktavsprüngen ermöglicht nun, eine Vielzahl von Tönen zu erzeugen, die alle mehr oder weniger stark verwandt sind. Schon in der Antike wurde (neben vielen anderen) aus Quint- und Oktavintervallen ein Tonsystems aufgebaut, das nach seinem Protagonist Pythagoras (um 530 v. Chr.) **pythagoreisches Tonsystem** genannt wird. Theoretisch lassen sich hiermit unendlich viele verschieden Töne erzeugen, praktisch kommt man aber nach 12 Quintsprüngen an einen herausragenden Endpunkt: Nach 12 aufeinanderfolgenden Quintintervallen ergibt sich als Frequenzverhältnis $1{,}5^{12} = 129{,}74_6$. Man ist damit nahe der 7. Oktave angekommen, deren Frequenzverhältnis $2^7 = 128$ beträgt.

Der zwischen beiden Werten bestehende kleine Unterschied von 129,746 / 128 = 1,0136 wird in der Musik **pythagoreisches Komma** genannt. Aus der Aufeinanderfolge von Quintintervallen und Oktavverschiebungen lassen sich alle Töne der konventionellen abendländischen Musik erzeugen. Die Frequenzen der im Quintabstand liegenden Töne werden hierzu so oft um eine Oktave verschoben, bis alle Frequenzen innerhalb einer Basisoktave zu liegen kommen. Ausgehend von der willkürlich gewählten Startfrequenz 100 % erhält man hierbei die folgenden gerundeten (!) Frequenzen (zur leichteren Interpretierbarkeit werden Frequenzen zunächst in % angegeben; Frequenzangaben in Hz siehe Kap. 8.1.3):

100 –	150 –	225 –	338 –	506 –	759 –	1139 –	1709 –	2563 –	3844 –	5767 –	8650 –	12975	%.
100	150	113	169	127	190	142	107	160	120	180	135	203	%.
C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis	Dis	Ais	Eis	His	

In dieser Tabelle gibt die erste Zeile die aufsteigenden Quintfrequenzen an, die zweite Zeile die zugehörigen Frequenzen der Basisoktave, in der dritten Zeile sind die Tonbezeichnungen angegeben. Beispielsweise muss man 2563 % um vier Oktaven (zu tieferen Frequenzen hin) verschieben, um 160 % zu erhalten: $2563 / 2^4 = 160$. Ordnet man jetzt die Frequenzen der zweiten Zeile nach monoton aufsteigender Reihenfolge um, so entsteht die Frequenzfolge einer Tonleiter (Zahlenwerte gerundet):

100 –	107 –	113 –	120 –	127 –	135 –	142 –	150 –	160 –	169 –	180 –	190 –	203	Frequenz / %
C	Cis	D	Dis	E	Eis	Fis	G	Gis	A	Ais	H	His	Tonbezeichnung

Neben der aufsteigenden Quintenfolge lässt sich aber auch eine absteigende Quintenfolge erzeugen; auch hierbei sind benachbarte Töne quintverwandt. Passend zum obigen Beispiel müsste hierzu die Startfrequenz 100 % fortgesetzt durch 3/2 geteilt werden: 67 %, 44 %, usw.. Mit geeigneter Oktavverschiebung zu höheren Frequenzen hin entsteht ebenfalls eine Tonleiter, deren exakt berechnete Frequenzen aber gegenüber den o.a. leicht abweichen.

Für das klassische **pythagoreische Tonsystem** wurden aber nicht alle oben berechneten Töne verwendet. Man begnügte sich – ausgehend vom Grundton C – mit 5 aufsteigenden Quinten (C-G-D-A-E-H) und einer absteigenden Quinte (F), und konnte hiermit eine **Tonleiter** bilden:

1	$Q^2/2$	$Q^4/4$	$Q^{-1}\cdot 2$	Q	$Q^3/2$	$Q^5/4$	2
C	**D**	**E**	**F**	**G**	**A**	**H**	**C'**
1\1	8\9	64\81	3\4	2\3	16\27	128\243	1\2

In dieser Tabelle steht Q für das Quintintervall♣ (Frequenzverhältnis 2\3), der zugehörige Exponent gibt die Anzahl der Quintsprünge an. Aus dem Nenner kann die Anzahl der zusätzlich benötigten Oktavverschiebungen entnommen werden. $Q^5/4$ bedeutet fünf Quintsprünge zu höheren Frequenzen, und anschließend 2 Oktaven ($2^2 = 4$) zu tieferen Frequenzen. Die dritte Zeile gibt die auf den Grundton bezogene Frequenzrelation als Bruch an. Die Töne der o.a. Tonleiter und ihre Frequenzrelation (Intervall) zum Grundton bezeichnet man nach ihrer

♣ Bei der **Intervallbezeichnung** sind zur Angabe der Frequenzrelation zwei verschiedene Schreibweisen gebräuchlich, für die Quinte z.B. 2:3, aber auch 3:2. Beide Relationen sind selbsterklärend, während die Buchstabenbezeichnung (C-G) nicht eindeutig aussagt, welcher der beiden Töne der tiefere ist. Im Folgenden wird immer der tiefere Ton als erster (linksstehend) geschrieben, wie bei Achsenskalierungen üblich. Konsequent weitergedacht entstünden daraus aber Brüche, die kleiner als 1 sind, wie z.B. $f_{C1} : f_{G1} = 2:3 = 0{,}666...$ Diese an sich richtige Darstellung steht jedoch im Widerspruch zur Praxis, Intervalle durch Zahlen anzugeben, die größer als 1 sind. Im Folgenden wird dieser Widerspruch durch den rückwärtsgerichteten Schrägstrich (wie bei Matlab) beseitigt: $f_{C1} \backslash f_{G1} = 2\backslash 3 = 1{,}5$.

Platznummer: C = Prim, D = Sekunde, E = Terz, F = Quart, G = Quinte, A = Sexte, H = Septime, C' = Oktave. Grundlage hierfür war die lateinische Nummerierung: Primus, Sekundus, Tertius, Quartus etc.. Im strengen Sinne der Harmonielehre bezeichnen diese Namen die *Abstände* zwischen zwei Tönen (inter-vallum = Raum zwischen den Schanzpfählen), im alltäglichen Sprachgebrauch sind sie aber auch Tonnamen: *Die Quarte der C-Tonleiter ist das F.* Mit *Abstand* im o.a. Sinne ist immer der Abstand zum Grundton gemeint, also das Verhältnis der Frequenz des betrachteten Tones (z.B. F) zur Frequenz des Grundtones (C), in diesem Beispiel mit 3\4 einer Quarte entsprechend. Daneben kann man aber auch das Verhältnis der Frequenzen zweier in der Tonleiter direkt benachbarter Töne bilden; hierbei ergibt sich:

$f_{C} \backslash f_{D} = 8\backslash 9$; $f_{D} \backslash f_{E} = 8\backslash 9$; $f_{E} \backslash f_{F} = HT$; $f_{F} \backslash f_{G} = 8\backslash 9$; $f_{G} \backslash f_{A} = 8\backslash 9$; $f_{A} \backslash f_{H} = 8\backslash 9$; $f_{H} \backslash f_{C'} = HT$;

Von diesen 7 Frequenzverhältnissen entsprechen 5 einem sog. **Ganztonschritt**, nämlich C-D, D-E, F-G, G-A, A-H. Die restlichen beiden Nachbartonintervalle sind **Halbtonschritte.** Die Frequenzrelation eines Ganztonschrittes beträgt bei pythagoreischer Stimmung 8\9 = 1,125, die eines Halbtonschrittes (E-F, H-C) **HT** = 243\256 = 1,053₅. Die hierbei entstandene Tonleiter wird **diatonische Tonleiter** genannt, weil sie aus zwei verschiedenen Tonschritten, nämlich Ganz- und Halbtonschritten aufgebaut ist. Ergänzend sollte noch 'pythagoreische Stimmung' angegeben werden, denn es gibt viele verschiede Stimmungen.

Die **Tonbezeichnung H** verdient noch spezielle Beachtung, stellt sie doch eine deutsche Besonderheit dar. Ursprünglich bildeten die mit A beginnenden Buchstaben die Bezeichnungen der Tonleiter-Töne: A-B-C-D-E-F-G. Anstelle von H wurde früher – dem Alphabet folgend – B verwendet. Die mittelalterliche Hexachord-Theorie brauchte aber neben dem w.o. definierten B noch ein zweites, dessen Tonhöhe um einen Halbtonschritt vermindert war. Zur Unterscheidung wurden die Bezeichnungen *B-quadratum (B-durum)* und *B-rotundum (B-molle)* eingeführt, abgeleitet von der eckigen (harten) bzw. runden (weichen) Schreibweise des Buchstabens *b*. Das eckige CCb mutierte zu einem ɧ, und fortan hatte Deutschland eine Besonderheit, die im internationalen Vergleich immer wieder zu Komplikationen führt. Das deutsche H heißt international B; das deutsche B heißt international B-flat (= vermindertes B).

Die o.a. diatonische Tonleiter besteht aus 5 Ganz- und 2 Halbtonschritten. Jeder der 5 Ganztonschritt kann pythagoreisch in zwei Halbtonschritte unterteilt werden – allerdings auf zwei verschiedene Arten. Bei den deutschen Tonbezeichnungen wird die Erhöhung um einen Halbton durch Anhängen von "is" zum Ausdruck gebracht, bei der Erniedrigung um einen Halbton wird "es" angehängt. Das erniedrigte D heißt **Des**, das erhöhte C heißt **Cis**. Es wurde bereits gezeigt, dass sich alle Ganz- und Halbtöne durch Aufwärtsquinten und Abwärtsoktaven im pythagoreischen Sinne erzeugen lassen: C–G–D–A–E–H–Fis–Cis–Gis–Dis–Ais–Eis–His. Aber auch mit Abwärtsquinten und Aufwärtsoktaven sind alle Töne pythagoreisch erzeugbar: C–F–B–Es–As–Des–Ges–Ces–Fes–Heses–Eses–Ases–Deses. Hierbei bedeutet Es das um *einen* Halbton erniedrigte E (nicht Ees), As das erniedrigte A. Die Töne: Heses, Eses, Ases und Deses entstanden durch Erniedrigung von H, E, A, D um *zwei* Halbtöne.

In **Abb. 8.3** sind die Grundtonfrequenzen dieser beiden pythagoreisch-chromatischen Tonleitern dargestellt. Wegen des pythagoreischen Kommas stimmt (außer beim Start) kein Frequenzpaar der Aufwärts- bzw. Abwärtsquintenfolge überein. Beschränkt man sich auf Erniedrigungen um *einen* Halbton, so entsteht eine 21-stufige Tonleiter: Jede der 7 diatonischen Stufen C-D-E-F-G-A-H bekommt einen tieferliegenden und einen höherliegenden Halbtonschritt zugeordnet. Dieses 21-Tonsystem war tatsächlich Grundlage von Tasteninstrumenten, aber aufwändig. Viele Musiker vereinfachten deshalb die Tonleiter durch enharmonische Gleichsetzung ähnlicher Töne. Die hieraus entstandene **12-stufige pythagoreisch-chromatische Tonleiter** ist in Abb. 8.3 oben durch Quadrate dargestellt. Zwischen alle Ganztonstufen ist nur je eine Halbtonstufe eingefügt, die Halbtonabstände sind aber, wie deutlich zu sehen ist, unterschiedlich groß (□—□).

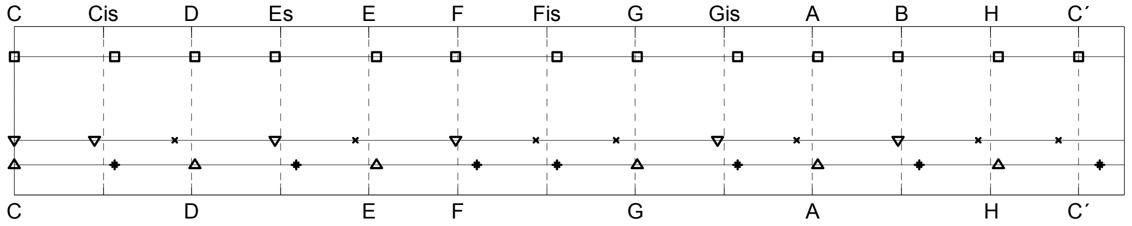

Abb. 8.3: Die über einer logarithmischen Frequenzachse dargestellten Grundfrequenzen der pythagoreisch-chromatischen Tonleiter. Δ = Aus den ersten 6 Aufwärts-Quintsprüngen ermittelt, ∇ = aus den ersten 6 Abwärts-Quintsprüngen ermittelt; ×,∗ = die restlichen 7 Quintsprünge. □ = im Mittelalter als chromatische Tonleiter verwendet. Die um 1700 entwickelte gleichschwebend-temperierte Stimmung ist gestrichelt eingetragen (8.1.3).

Die unterschiedlichen Halbtonabstände erschweren den Tonartwechsel: Die auf dem Grundton C gebildete Sekunde (C-D) hat einen größeren Frequenzabstand als die auf Cis gebildete (Cis-Es), und ein ähnliches Schicksal erleiden auch andere Intervalle (z.B. C-E, Gis-C). Ein weiteres Problem ist die u.U. mangelhafte Konsonanz beim Zusammenspiel zweier Töne. Grundgedanke der pythagoreischen Stimmung war die auf Quinten aufbauende und aus der Partialtonfolge abgeleitete Tonverwandtschaft. Gut gemeint – aber wie das bei Verwandten halt so ist: Mit größer werdendem Abstand verlieren sich die Ähnlichkeiten. In **Abb. 8.4** sind für die Prim (C) und die Terz (E) schematisch die Partialtonfrequenzen angegeben. Liegen beim gleichzeitigen Anspielen der beiden Töne einzelne Partialtöne in unmittelbarer Nachbarschaft, wie beim 5. Teilton der Prim (C) und dem 4. Teilton der pythagoreischen Terz (E_P), so können **Schwebungen** hörbar werden.

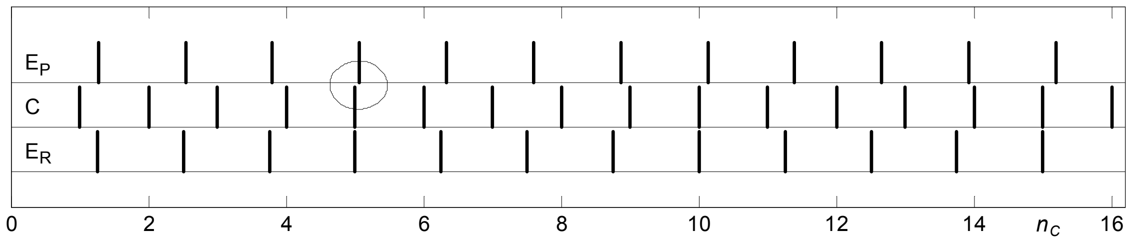

Abb. 8.4: Partialtonspektrum der Töne C (Prim) und E (Terz). Beim 5. Teilton der Prim bzw. 4. Teilton der pythagoreischen Terz (E_P) entstehen Schwebungen durch geringen Frequenzabstand. Bei der reinen Terz (E_R) sind die betreffenden Partialtonfrequenzen identisch. Abszisse: Normierte Frequenz der Prim-Partialtöne.

Eine **Schwebung** kommt zustande, wenn zwei monofrequente Töne gleicher Amplitude und ähnlicher Frequenz gleichzeitig abgespielt werden (addiert werden). Jeder Gitarrenton besteht aus einer Vielzahl von (monofrequenten) Partialtönen, die für sich betrachtet je sinusförmig sind (auch eine Kosinusschwingung ist sinus*förmig*). Der 5. Partialton (= 4. Oberton) einer mit 100 Hz schwingenden idealen Saite liegt bei 100 Hz · 5 = 500 Hz, der 4. Partialton einer hierzu pythagoreisch gestimmten Terz liegt bei 126 Hz · 4 = 504 Hz. Der Frequenzunterschied der beiden Partialtöne ist 4 Hz. Betrachtet man nur die Summenschwingung dieser beiden Partialtöne, so ergibt sich ein Bild ähnlich **Abb. 8.5** (Mitte). Der Phasenunterschied der beiden Partialtöne schwankt im Rhythmus ihrer Differenzfrequenz, und im selben Rhythmus wechseln sich Verstärkung und Auslöschung ab. Anstelle zweier Partialtöne fast gleicher Tonhöhe wird (bei ausreichendem Pegel) *ein* Partialton gehört, dessen Lautstärke rhythmisch schwankt (schwebt).

Die Interpretation der in Mittellage verlaufenden Summenkurve (Abb. 8.5) wird durch Umformung auf multiplikative Verknüpfung erleichtert:

$$\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) = 2 \cdot \cos(2\pi f_\Delta t) \cdot \cos(2\pi f_\Sigma t); \quad f_\Delta = \frac{f_2 - f_1}{2}; \quad f_\Sigma = \frac{f_2 + f_1}{2}$$

In der Produktdarstellung ist f_Σ die Frequenz einer Kosinusschwingung, deren Amplitude sich "im Rhythmus der Differenzfrequenz" f_Δ ändert. Im o.a. Zahlenbeispiel ist f_Σ = 502 Hz, liegt also exakt zwischen den Primärfrequenzen f_1 und f_2. Der Begriff "Differenzfrequenz" ist mit Vorsicht zu gebrauchen: Rechnerisch ergibt sich f_Δ = 2 Hz, das ist der *halbe* Frequenzabstand zwischen f_1 und f_2. Die Hüllkurvenmaxima der Schwebung treten aber (Betrag!) mit doppelter Frequenz auf, d.h. zweimal pro f_Δ-Periode. Die o.a. Schwebung mit 500 Hz und 504 als Primärfrequenzen kann folglich als 502-Hz-Ton aufgefasst werden, der pro Sekunde 4 Hüllkurvenmaxima und 4 Hüllkurvenminima hat, also viermal pro Sekunde lauter und leiser wird. Die auditive Wirkung einer Partialtonschwebung ist schwer vorhersagbar: Sie kann (obwohl physikalisch vorhanden) unhörbar sein, weil von Nachbartönen vollständig verdeckt. Wenn sie hörbar in Erscheinung tritt, kann sie angenehm oder unangenehm klingen. Über viele Jahrhunderte wurde die Meinung vertreten, Partialtonschwebungen seien unerwünscht, woraus die schwebungsfreie **reine Stimmung** entstand (Kap. 8.1.2).

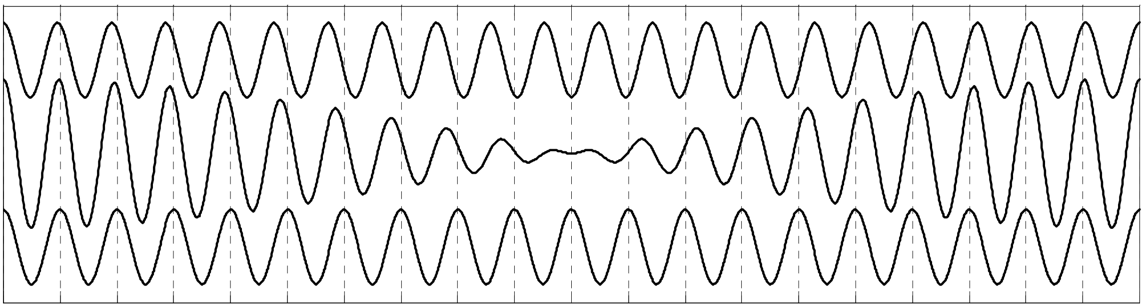

Abb. 8.5: Zwei Kosinusschwingungen (oben, unten), und deren Summe (Mitte). Die Frequenzen der beiden Kosinusschwingungen unterscheiden sich geringfügig (5%), die Kurven sind am linken und rechten Bildrand gleichphasig, in der Bildmitte gegenphasig. Gleichphasige Addition ergibt eine Verdopplung der Amplitude (konstruktive Interferenz), gegenphasige Addition führt zu Auslöschung (destruktive Interferenz). Abszisse: Zeit.

8.1.2 Die reine Stimmung

Als Synonyme für *rein* stehen auch *harmonisch* und *natürlich*, mit der Begründung, die Natur selbst habe mit den ganzzahligen Partialton-Frequenzverhältnissen den Weg gewiesen. Der Schritt zum Begriff *göttliche Stimmung* ist somit nicht weit, und schuf Arbeitsplätze für Philosophen und Esoteriker, vor allem aber für Mathematiker – die nicht zwangsläufig Musiker sein mussten. *Reine Stimmung*, das klingt wie *reine Lehre*; der Gegensatz hierzu kann eigentlich nur Häresie sein. Im Englischen wird die reine Stimmung als *just Intonation* bezeichnet; *just* heißt aber auch *gerecht, richtig, wohlbegründet* – offensichtlich das Gegenteil zu *ungerecht, falsch* und *unbegründet*. Man kann sich gut vorstellen, wie Heerscharen von Mathematikern Begründungen für diese und jene Stimmung hergeleitet haben – mit Tabellen von bis zu 12-stelliger Genauigkeit! Oder besser: Mit 12-stelligen Tabellen; denn die Genauigkeit war so eine Sache [Barbour]. Von den durchaus häufigen Rundungs- und Rechenfehlern abgesehen: Bei einer 1 Meter langen Monochordsaite bedeutet 12-stellige Genauigkeit eine Längentoleranz von 0,001 nm; zum Vergleich: Die Wellenlänge sichtbaren Lichts beträgt ca. 600 nm. Ähnlich unsinnig ist die Angabe von Tonhöhenabweichungen auf ein Zehnmillionstel cent "genau".

Die **reine Stimmung** (JUST INTONATION) lässt sich bis ins Altertum zurück verfolgen. Aus der pythagoreischen Schule, die um 530 v.Chr. entstand, sind zwei verschiedene Lehrmeinungen hervorgegangen: Die **Kanoniker** (Kanon = Regel, Gesetz) vertraten die konservative Meinung, die **Harmoniker** gaben hingegen dem Wohlklang Priorität, auch wenn dabei mathematische Naturgesetze modifiziert werden mussten. Die kanonische Pythagoreerlehre sah das Frequenzverhältnis 6 : 8 : 9 : 12 als "heilige Hochzeit" der Quart mit der Quint an (**Abb. 8.6**), aus dem die große Sekund (Ganzton F-G) hervorgeht. Simbriger/Zehelein liefern hierzu eine erstaunliche Bewertung: *Dieselbe Tongruppierung ist uns bereits in der primitiven Musik begegnet; bei den Pytagoreern finden wir dieselbe Grunderscheinung hochkulturmäßig begründet und sanktioniert*. Also: Erkennt man als Musiker oder Musikhörer bestimmte Intervalle als harmonisch/konsonant, ist's primitives Treiben; kleistert man aber göttlich-kosmisch-mystisches Brimborium drum'rum, wird's zur Hochkultur.

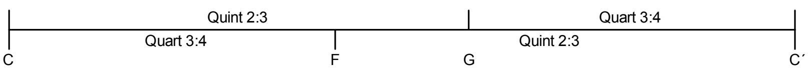

Abb. 8.6:
Die "heilige Hochzeit"

Doch trotz geballter mystischer Sanktionierung konnte nicht verborgen bleiben, dass einige Akkorde bei pythagoreischer Stimmung nicht so recht gefallen wollten. Adept: "Oh ehrenwerter Maestrissimo: Die Accordi, sie woll'n partout nit klinge! Die Quinten und die Terzen, sie mögen mich nit herzen". "Schweig er still. S'ist göttlich". Viele hielten sich an diesen weisen Rat, einige gingen aber an die Öffentlichkeit. Das konnte damals unter künstlich erhöhter Umgebungstemperatur leicht zum vorschnellen Ende führen – oder zu ewigem Ruhm verhelfen. Oder beides. **Didymos** (Didymus) und **Ptolemäus**, ihres Zeichen **alexandrinische** Gelehrte und zunächst durchaus Anhänger des pythagoreischen Kanon, fanden offensichtlich den Königsweg, indem sie die auf der göttlichen Quint beruhende pythagoreische Terz durch eine mindestens ebenso göttliche Ganztonrelation ersetzten: Die Durterz, bei pythagoreischer Stimmung das Frequenzintervall 64\81 = 1,2656, wurde im sog. alexandrinischen System zu 4\5 = 1,2500. Die Mollterz (27\32 = 1,1852) übernahm Didymos vom pythagoreischen System, Ptolemäus modifizierte sie zu 5\6 = 1,2000. Im Prinzip. Bei genauerer Betrachtung findet man [z.B. bei Barbour] <u>zwei</u> didymische Stimmungen, und nicht weniger als 7 ptolemäische. Der Grundstein zur reinen Stimmungen war aber gelegt.

Beim Literaturstudium gewinnt man – wie gesagt – den Eindruck, der reinen Stimmung hafte etwas Göttliches an, um dann aber mit zunehmender Verwirrung zu erkennen, dass es sich offensichtlich um eine Art Polytheismus handeln muss. Barbour definiert *reine Stimmung* als: Auf Oktave (1\2), Quinte (2\3) und große Terz (4\5) aufgebaut; die Intervalle selbst werden ebenfalls als *rein* (JUST, PURE) bezeichnet. An anderer Stelle erweitert Barbour den Begriff *reine Stimmung* jedoch auf: Auf Oktave (1\2), Quinte (2\3), Quarte (3\4), große Terz (4\5) und kleine Terz (5\6) aufgebaut. Andere Autoren bezeichnen gar alle Intervalle, deren Frequenzrelationen den ganzzahligen Relationen der ersten 16 Partialtonfrequenzen entsprechen, als *reine Intervalle*. Alle Intervalle? Nun ja, fast alle. Also die Relationen, die einigermaßen passen. Und nicht der 7., 11., 13. und 14. Teilton! Natürlich nicht. Valentin begründet: *Die wunderbare, natürliche und deshalb unausgeklügelte Ordnung des ganzen Systems geht aus der Reihenfolge der in diesen Tönen enthaltenen Zusammenstellung der reinen Intervalle hervor, die bei entsprechender Oktavversetzung unser gesamtes Tonleitersystem ergeben*. Der 7., 11., 13. und 14. Teilton sind "die schwarzen Schafe", auch so was kommt in der Natur vor. Nur für C-Fis bzw. C-Ges fand sich in der natürlichen Ordnung gar keine passende Frequenzrelation. Da musste dann der Teufel bemüht werden, nur der konnte ein derart unpassendes, teuflisches Intervall (Tritonus, Diabolus in Musica) eingeschmuggelt haben. Die Frage: "Wie konnte Gott zulassen ..." schuf reichlich Arbeitsplätze für Philosophen (vergl. Theodizee), sprengt aber den Rahmen physikalischer Betrachtungen.

Die reine Stimmung leitet ihre Begründung aus der ganzzahligen Frequenzrelation der ersten 16 Teiltöne ab. Warum gerade 16 Teiltöne? Weil der 16. Teilton genau 4 Oktaven über dem Grundton liegt. Warum dann aber nicht nur 1 oder 2 oder 3 Oktaven? Weil damit noch keine chromatische Tonleiter erzeugbar ist. Außerdem können einige Blasinstrumente so gerade eben die ersten 16 "Naturtöne" (Eigentöne, Partialtöne) wiedergeben. Aus der Tatsache, dass ca. 16, aber eben nicht 64 Eigentöne produzierbar waren, wurde die Besonderheit des Tritonus mit seiner 45\64-Relation begründet. **Abb. 8.7** stellt die Frequenzrelationen einer rein gestimmten Tonleiter dar. Außer dem Teufelsintervall geht tatsächlich alles mit natürlichen Dingen zu, Zähler und Nenner sind ganzzahlig zwischen 1 und 16. Die **große Terz** C-E, bei pythagoreischer Stimmung schwebend, ist nun schwebungsfrei (vergl. Abb. 8.4).

1 15\16 8\9 5\6 4\5 3\4 45\64 2\3 5\8 3\5 5\9 8\15 1\2
C – Des – D – Es – E – F – Ges – G – As – A – B – H – C'

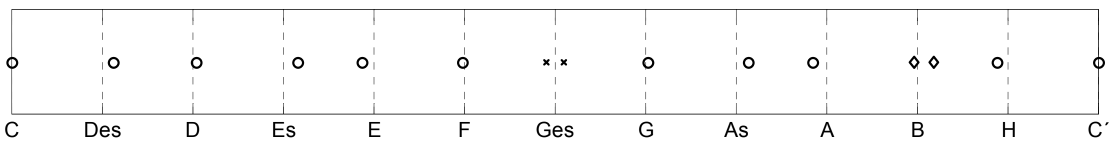

Abb. 8.7: Reine Stimmung (Mersennes Lautenstimmung Nr. 2). Der Tritonus wurde auch als Fis mit 32\45 angegeben, beim B findet man statt 5\9 auch 9\16.

Neben C-E bilden auch F-A und G-H mit 4\5 ein schwebungsfreies großes Terz-Intervall. Bei den **kleinen Terzen** tauchen aber bereits Unterschiede auf: E-G, A-C, und H-D ergeben 5\6, D-F ergibt jedoch 27\32. Für die **Quint**intervalle erhält man: C-G, E-H, F-C, G-D und A-E ergeben 2\3, aber D-A → 27\40. Die **Ganzton**intervalle sind 8\9 oder 9\10, die **Halbton**intervalle der C-Dur-Tonleiter sind 15\16, die restlichen (chromatischen) Halbtonintervalle sind 24\25, 25\27 oder 128\135. Trotz Legitimation durch die Natur selbst – das schuf Raum für Spötter: Lernen Sie noch, oder spielen Sie ein spezielles Tonsystem?

Nicht, dass den betroffenen Musikern diese Dissonanzen verborgen geblieben wären. Man wusste um sie, beschränkte sich beim Musizieren auf wenige Tonarten und suchte die *heulenden Wolf-Intervalle* zu meiden. Oder baute Instrumente, bei denen jede Oktave in 21 Zwischentöne geteilt war. Und falls das nicht reichte: J. M. Barbour listet Unmengen weiterer

Teilungen auf, so z.B.: Die 31-er Teilung (Fibonacci-Folge), die 53-er Teilung (Bosanquet-Harmonium), und nicht zu vergessen: *The 118-division has both fifths and thirds that are superlative (0,5 cent flat and 0,2 cent sharp respectively)*. Na also, geht doch. Daneben wurden aber auch für die zwölfteilige Oktave weitere reine (!) Stimmungen entwickelt, was Barbour zu dem Schluss kommen lässt: **<u>Die</u> reine Stimmung gibt es gar nicht, sondern stattdessen viele verschiedene reine Stimmungen, deren beste die ist, die der pythagoreischen Stimmung am nächsten kommt.**

So wünschenswert "reine" Intervalle bei mehrchörigem Spiel sein mögen; bei zeitlich aufeinanderfolgenden Intervallen kumulieren die Fehler. Ein Beispiel aus der moderneren Musik ist J. Hendrix' "Hey Joe" (**Abb. 8.8**). Die Begleitung steigt erst eine große Terz vom E zum C hinab (man könnte auch sagen, eine kleine Sexte hinauf), um dann nacheinander vier Quintsprünge zu durchlaufen: E → C – G – D – A – E. Mit reinen Intervallen ergibt sich für einen Umlauf:

$$\frac{4\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}{5\cdot(2\cdot 2)\cdot 2\cdot(2\cdot 2)\cdot 2} = \frac{324}{320} = 1{,}0125 \;\hat{=}\; +21{,}5\,\text{cent}\,; \quad C\downarrow E = 5\backslash 4,\ \text{Quinte} = 2\backslash 3,\ \text{Oktavsprung} = 2\backslash 1.$$

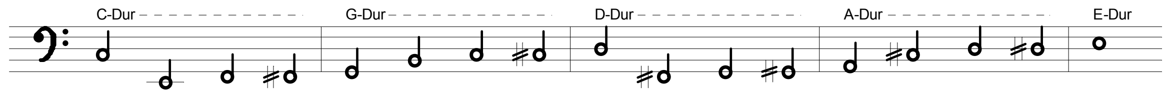

Abb. 8.8: Jimi Hendrix / Noel Redding: Die Bass-Chromatik in "Hey Joe".

Ein voller Kadenzumlauf, der im Originaltempo ca. 12 Sekunden dauert, würde auf der Basis reiner Intervalle zu 1,25% Frequenzerhöhung führen; nach einer Minute wäre das schon ein Halbton. Um jeden Umlauf auf exakt gleicher Tonhöhe durchführen zu können, müsste z.B. der Schritt vom D zum A (Quinte) mit der abweichenden Relation 27\40 ausgeführt werden. Was aber mit der reinen Lehre der ersten 16 Naturtöne in Konflikt kommt.

Ein anderes "Naturgesetz", das in der Baukunst Erfolge verbuchte, ist der **goldene Schnitt**. Das "goldene Tonsystem als Fundament der theoretischen Akustik" ist Barbour aber nur wenige Zeilen Wert. Sein Fazit: Ein Irrlicht (Ignis fatuus).

8.1.3 Temperierte Stimmungen

In der Musik wird der Begriff Temperatur (engl. TEMPERAMENT) synonym zu Stimmung verwendet. **Temperierte Stimmung** ist nun aber kein Pleonasmus, sondern der Fachbegriff für Stimmungen, die im Kleinen gezielt von globalen Bildungsgesetzen abweichen. Frühe Versionen der temperierten Stimmung können auf Giovanni Maria Lanfranco (1533) zurückgeführt werden, der – ausgehend von reiner Stimmung – den Vorschlag machte, die Quinten eine Spur tiefer zu stimmen, und die Terzen nur so viel höher zu stimmen, wie gerade noch erträglich. In der Folgezeit gab es unzählige Versuche, diese allgemeinen Ratschläge zu präzisieren. Von empirischen Ergebnissen (die Quinte möge einmal pro Sekunde schweben) über grafische Konstruktionen, Nomogramme, furchterregende Formeln und vielstellige Tabellen führt der Weg zu der heute dominierenden **gleichschwebenden Stimmung**: Die Oktave wird in 12 äquidistante Halbtonschritte geteilt – fertig. Dass diese scheinbar einfache Vorschrift nicht schon viel länger praktiziert wird, liegt an ihrer Forderung nach Kompromissbereitschaft;

verlangt sie doch, reine, hochkonsonante Intervalle wie die Quinte zu verstimmen. Nicht alle Musiker bringen diese Leidensfähigkeit auf: Der Cellist Pablo Casals spricht von der *Gehirnwäsche der temperierten Stimmung*, dem Geiger Carl Flesch war es nach Streichquartettproben angeblich unmöglich, mit einem (temperiert gestimmten) Klavier zu musizieren. Nun ist ja ein Geiger frei in der Intonation; ihm stehen die Saite und damit die Tonhöhe als Kontinuum zur Verfügung. Beim Klavier besteht diese Möglichkeit nicht. Wenn die Tastenanzahl nicht ins Unermessliche wachsen soll, bleibt nur eine sehr tonartspezifische Stimmung, oder die universelle gleichschwebende Stimmung.

Tonintervalle werden durch die zugehörigen Frequenzrelationen charakterisiert. Bei der gleichschwebenden Stimmung folgen innerhalb der Oktave 12 gleichartige Halbtonschritte aufeinander, woraus eine geometrische Frequenz-Folge entsteht: 1, HT, $HT \cdot HT$, $HT \cdot HT \cdot HT$, usw.. Hierbei steht HT für das Halbtonintervall, dessen zwölfmalige Wiederholung die reine Oktave ergibt: $HT^{12} = 2$. Die Frequenzrelation direkt benachbarter (im Halbtonabstand stehender) Töne berechnet sich damit zu:

$$HT = \sqrt[12]{2} = 1{,}059463...$$ Halbtonintervall bei gleichschwebender Stimmung

Die zwölfte Wurzel aus 2, das ist eine Irrationalzahl. Wörtlich genommen, also eine vernunftwidrige Zahl. Auch das mag ein Grund sein, warum so manchen Musiktheoretiker ein ungutes Gefühl beschlich. 3\4 für die rein gestimmte Quarte ist von der Natur selbst vorgegeben; das gleichschwebende Pendant hingegen widersetzt sich mit HT^5 der Ratio. Dabei sind die numerischen Unterschiede gar nicht so groß: 3\4 = 1,33333... , HT^5 = 1,33484... , gerade mal 0,1% Unterschied. Aber wenn's um Prinzipien geht, kämpfen Götter selbst vergebens. Nun darf natürlich nicht verschwiegen werden, dass bei anderen Intervallen die Unterschiede auch größer sein können. Die nachfolgende Tabelle listet alle Töne und Frequenzrelationen der gleichschwebend temperierten Tonleiter auf. Weitere Töne sind nicht definiert, es gibt somit keinen Unterschied zwischen Cis/Des, Eis/F, Ases/G, H/Ces usw..

C	Cis=Des	D	Dis=Es	E	F	Fis=Ges	G	Gis=As	A	B	H	C'
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1,0595	1,1225	1,1892	1,2599	1,3348	1,4142	1,4983	1,5874	1,6818	1,7818	1,8877	2

Tabelle: Töne und Frequenzrelationen der gleichschwebend temperierten Tonleiter. Die zweite Zeile gibt die Halbtonschritte an, die dritte die auf 4 Nachkommastellen gerundeten Frequenzrelationen. Bezug = C.

Der Begriff *gleichschwebend* könnte dahingehend missverstanden werden, dass alle Intervalle gleichartige Schwebungen hervorrufen; das ist nicht so. Die englische Bezeichnung EQUAL TEMPERAMENT ist auch nicht selbsterklärend; gleich sind (als Frequenzrelation) die Halbtonabstände, nicht die Schwebungen. Gleich (im Sinne von relativ gleich) ist auch die Aufteilung des pythagoreischen Kommas auf alle 12 Quintsprünge. Als Synonym zu *gleichschwebend temperiert* findet man gelegentlich *wohltemperiert*, was auf **J. S. Bachs** Präludien und Fugen zurückgeht, die er unter dem Titel "Das wohltemperierte Klavier" veröffentlichte. Vermutlich waren Bachs Instrumente aber nicht gleichschwebend temperiert, sondern nach Werckmeister gestimmt. Andreas **Werckmeister** (*Musikalische Temperatur*, 1691), hatte eine Stimmung entwickelt, die der gleichschwebend temperierten nahe kam, mit ihr aber nicht identisch ist. Schon ein Jahrhundert früher (um 1596) hatte Simon **Stevin** ein Monochord gebaut, dessen Halbton-Frequenzrelationen der 12-ten Wurzel aus 2 (also 1,059...) entspricht – vermutlich das erste derartige Instrument in Europa [Barbour]. Und fast gleichzeitig (um 1636) leistet Marin **Mersenne** umfangreiche theoretische Vorarbeit. Insgesamt listet Barbour im Kapitel *Equal Temperament* 41 verschiedene temperierte Stimmungen auf – der Erfolg hatte viele Väter, die um ihre Anerkennung vermutlich vehement kämpfen mussten. Bis heute finden sich erbitterte Gegner, die sich an den schwebenden, "unnatürlichen" Intervallen stören, und Fürsprecher, die in unbegrenzten Modulationen schwelgen. **Gitarristen** sollten tunlichst zur letztgenannten Gruppe zählen, denn ihr Instrument wird mit gleichschwebend temperierter Stimmung hergestellt.

Außer den Frequenz*relationen* der Tonleitertöne muss auch ein **Absolutwert** spezifiziert werden, um die gesamte Relationalskala eindeutig zu definieren. Schon seit langem wird a^1, das sogenannte eingestrichene a (auch als a' oder A_4 bezeichnet), als Normstimmton (Kammerton) verwendet. Die heutige Norm-Stimmfrequenz ist **440 Hz**, in den vergangenen Jahrhunderten gab es hierzu beträchtliche Abweichungen (337 – 567 Hz). In Deutschland wurde 1752 in Berlin die Norm-Stimmfrequenz auf 422 Hz festgelegt. 1858 folgte auf der Pariser Stimmton-Konferenz der Vorschlag zur internationalen Normung, der 1885 auf der Wiener Stimmton-Konferenz mit 435 Hz angenommen wurde. 1939 änderte man diesen Wert bei der Londoner ISA-Konferenz auf 440 Hz, 1971 durch eine ISO-Resolution bestätigt (ISO = International Standard Organisation). Zusammen mit der Normung wurde die Idee propagiert, die Norm-Stimmfrequenz als Pausenzeichen bei Radio/Fernsehen, sowie als Telefonamtszeichen zu verwenden. Keine gelungene Marketingmaßnahme – beim Telefon erbrachte anno 2004 eine Kontrollmessung 5% Abweichung. Die folgende Tabelle zeigt einige Grundtonfrequenzen für gleichschwebend gestimmte Töne, Bezug für A_4 ist 440 Hz.

C	Cis=Des	D	Dis=Es	E	F	Fis=Ges	G	Gis=As	A	B	H
523,25	554,37	587,33	622,25	659,26	698,46	739,99	783,99	830,61	880	932,33	987,77
261,63	277,18	293,66	311,13	**329,63**	349,23	369,99	392,00	415,30	440	466,16	493,88
130,81	138,59	**146,83**	155,56	164,81	174,61	185,00	**196,00**	207,65	220	233,08	**246,94**
-	-	-	-	**82,41**	87,31	92,50	98,00	103,83	**110**	116,54	123,47

Tabelle: Frequenzen gleichschwebend gestimmter Töne, bezogen auf A_4 = 440 Hz; auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Die leeren Saiten der Gitarre E_2, A_2, D_3, G_3, H_3, E_4 sind fett gezeichnet.

Damit auch kleine Abweichungen von der richtigen Stimmung in handlichen Zahlen angegeben werden können, wurde 1885 von Alexander John Ellis mit dem **cent** das (vermeintliche) Tonhöhenatom definiert:

$$1\,\text{cent} = 2^{1/1200} = 1{,}0005778 \qquad\qquad \text{Intervall} = 3986 \cdot \lg(f_2 / f_1)\ \text{cent}$$

1 cent ist 1/100 Halbton, bzw. der 1200-ste Teil einer Oktave. Die Frequenzen 2000 Hz und 2001,155 Hz unterscheiden sich um 0,058%, also um 1 cent. Simbriger/Zehelein zitieren Preyer mit der (aus heutiger Sicht fragwürdigen) Erkenntnis, im Bereich zwischen 500 und 1000 Hz könne das Gehör 1200 Tonhöhenstufen unterscheiden. Vermutlich verschreckten nicht wenige Lehrer ihre Schüler mit der Forderung, sie müssten Intonationsfehler von einem Hundertstel Halbton heraushören können. Mehr zu diesem Thema findet sich unter 8.2.2.

8.1.4 Die gleichschwebend-temperierten Intervalle

Das Intervall (inter vallum = Zwischenraum) ist der Abstand zweier Töne, numerisch ausgedrückt durch die Relation (das Verhältnis) der Tonfrequenzen. Die Intervallnamen leiten sich von der lateinischen Platznummer in der Tonleiter ab; bei der C-Dur-Tonleiter sind das: C = Prim, D = Sekunde, E = Terz, F = Quart, G = Quint, A = Sexte, H = Septime, C' = Oktave. Zwischen dem 3. und 4. Ton, sowie zwischen dem 7. und 8. Ton liegt ein Halbtonschritt, alle anderen Töne liegen je einen Ganztonschritt auseinander. Ein **Ganztonschritt** besteht bei der gleichschwebend-temperierten Stimmung aus zwei gleich großen **Halbtonschritten** (**HT**). Alle Intervalle können als Vielfache eines HT dargestellt werden:

Tonabstände (Intervalle) der diatonischen Tonleiter, ausgedrückt in Halbtonschritten:
C-C = 0, C-D = 2, C-E = 4, C-F = 5, C-G = 7, C-A = 9, C-H = 11, C-C' = 12.

Nicht nur als Relation zum Tonleitergrundton C, sondern zwischen allen Tönen sind die Intervalle als HT-Vielfache bestimmbar. Z.B. D-E = 2 HT, G-H = 4 HT, F-A = 4 HT.

Durch Unterteilen des Ganztonschrittes in zwei HT-Schritte entstehen neue Töne, die durch Versetzungszeichen (Vorzeichen) nach ihren Nachbarn benannt werden: Cis = C# = um 1 HT erhöhtes C = bei gleichschwebend temperierter Stimmung identisch mit Des = D*b* = um 1 HT erniedrigtes D. Entsprechend: D# = Es, F# = G*b*, G# = As, A# = B. Die Gleichsetzung der erhöhten und erniedrigten Töne (z.B. C# = D*b*) wird **enharmonische Identität** oder enharmonische Verwechslung genannt. Für Gitarristen sind erfahrungsgemäß die Kreuzvorzeichen (#) vertrauter als die *b*-Vorzeichen, weshalb sie im Folgenden Priorität haben. Aus der 7-stufigen diatonischen Dur-Tonleiter (C-D-E-F-G-A-H) entstand durch Einführen der Zwischenstufen eine 12-stufige chromatische Tonleiter:

C – C# – D – D# – E – F – F# – G – G# – A – B – H chromatisch Tonleiter

Jeder Bindestrich steht in dieser Folge für einen HT, sodass die als HT-Vielfache ausgedrückte Intervallgröße leicht abzählbar ist. Die lateinischen Zählwörter (Primus, Sekundus etc.) sind aber schon für die 7-stufige (diatonische) Dur-Tonleiter verbraucht, was zu einer etwas verwirrenden Nomenklatur geführt hat: Prim (0 HT), Quart (5 HT), Quint (7 HT) und Oktave (12 HT) werden als **reine Intervalle** bezeichnet – auch wenn ihre Stimmung nicht rein ist! Also Vorsicht: Auch bei gleichschwebend-temperierter Stimmung wird C-G als "reine Quint" bezeichnet. Alle anderen Intervalle der Dur-Tonleiter sind **groß**. Die Abstände zum Tonleiter-Grundton sind somit: C-C = reine Prim, C-D= große Sekunde, C-E = große Terz, C-F = reine Quart, C-G = reine Quint, C-A = große Sexte, C-H = große Septime, C-C' = reine Oktave.

Wird ein großes Intervalle um einen HT verkleinert, entsteht ein **kleines** Intervall. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder erniedrigt man den oberen (höheren) Ton um einen HT, oder man erhöht den unteren (tieferen) Ton um einen HT: C-D*b* = C#-D = kleine Sekunde, C-E*b* = C#-E = kleine Terz, C-A*b* = C#-A = kleine Sexte, C-B = C#-H = kleine Septime. Wird ein reines oder ein großes Intervall um einen HT vergrößert, entsteht ein **übermäßiges** Intervall, wird ein reines oder ein kleines Intervall um einen HT verkleinert, entsteht ein **vermindertes** Intervall. Damit existieren zwei verschiedene Schemata:

vermindert – klein – groß – übermäßig (Sekunde, Terz, Sexte, Septime)
vermindert – rein – übermäßig (Prim, Quart, Quint, Oktav)

C-D# ist somit eine übermäßige Sekunde, im Sinne enharmonischer Identität aber bei gleichschwebend-temperierter Stimmung gleichwertig mit der kleinen Terz C-Es. Für Puristen ein Gräuel, für Pragmatiker hingegen Alltag: "C-D# ist eine kleine Terz". Es macht wirklich keinen Sinn, bei gleichschwebend-temperierter Stimmung über die Unterschiede zwischen C# und D*b* nachzudenken. Natürlich neigen Sänger oder Geiger dazu, durch Kreuzvorzeichen erhöhte Töne etwas höher zu intonieren, bzw. durch *b*-Vorzeichen erniedrigte Töne etwas tiefer; dies ist dann aber keine gleichschwebend-temperierte Stimmung mehr. Beim Akkordspiel hat der Gitarrist – um dessen Instrument es ja geht – kaum eine Möglichkeit, Einzeltöne in ihrer Tonhöhe zu modifizieren. Nur beim Melodiespiel könnte höheres Harmonielehrewissen eingesetzt werden – sofern nicht der Keyboarder mit seiner gleichschwebend-temperierten Stimmung einen Riegel vorschiebt.

Die folgende Liste gibt einen Überblick über **alle Intervalle**, hier auf C bezogen. Dabei steht v für vermindert, k für klein, g für groß, ü für übermäßig:

v-Oktave: C-C'*b*	r-Oktave: C-C'		ü-Oktave: C-C'#
v-Septime: C-H*bb*	k-Septime: C-B	g-Septime: C-H	ü-Septime: C-H#
v-Sexte: C-A*bb*	k-Sexte: C-A*b*	g-Sexte: C-A	ü-Sexte: C-A#
v-Quint: C-G*b*	r-Quint: C-G		ü-Quint: C-G#
v-Quart: C-F*b*	r-Quart: C-F		ü-Quart: C-F#
v-Terz: C-E*bb*	k-Terz: C-E*b*	g-Terz: C-E	ü-Terz: C-E#
v-Sekunde: C-D*bb*	k-Sekunde: C-D*b*	g-Sekunde: C-D	ü-Sekunde: C-D#
v-Prim: C-C*b*	r-Prim: C-C		ü-Prim: C-C#

Jeder Ton der chromatischen Tonleiter kann somit bei enharmonischer Gleichsetzung in zwei verschiedenen Intervallbeziehungen zum Tonleitergrundton (hier C) stehen:

C	reine Oktave	12	übermäßige Septime	Oktav
H	große Septime	11	verminderte Oktave	major-Sept
B	kleine Septime	10	übermäßige Sexte	Sept
A	große Sexte	9	verminderte Septime	Sext
G#	kleine Sexte	8	übermäßige Quint	—
G	reine Quint	7	verminderte Sexte	Quint
F#	übermäßige Quart	6	verminderte Quint	Tritonus
F	reine Quart	5	übermäßige Terz	Quart
E	große Terz	4	verminderte Quart	Durterz
D#	kleine Terz	3	übermäßige Sekunde	Mollterz
D	große Sekunde	2	verminderte Terz	Ganzton
C#	kleine Sekunde	1	übermäßige Prim	Halbton
C	reine Prim	0	verminderte Sekunde	Prim

In dieser Tabelle stehen in der *ersten* Spalte die Tonbezeichnungen, in der *zweiten* die bevorzugten Intervallbenennungen, in der *dritten* die Halbtonabstände zum Tonleiter-Grundton, in der *vierten* die alternativen Benennungen, und in der *fünften* Spalte die im Musiker-Jargon auch gebräuchlichen Kurzformen. Und nochmals: Basis ist die gleichschwebend-temperierte Stimmung mit enharmonischer Gleichsetzung. Die klassische Harmonielehre hat Gründe für eine weitergehende Differenzierung; dies ist aber jenseits der Zielsetzung dieser Darstellung [siehe weiterführende Literatur].

Die folgende Tabelle gibt die numerischen Unterschiede zwischen reiner und gleichschwebender Stimmung an. Die Abweichung ist reine Stimmung ./. gleichschwebende Stimmung.

Intervallname	HT-Schritte	Töne	Frequenzrelation	cent	Abweichung
Reine Oktave	12	C-C'	1\2	1200,00	0,00
Große Septime	11	C-H	8\15	1088,27	-11,73
Kleine Septime	10	C-B	9\16	996,09	-3,91
Große Sexte	9	C-A	3\5	884,36	-15,64
Kleine Sexte	8	C-Gis	5\8	813,69	+13,69
Reine Quint	7	C-G	2\3	701,96	+1,96
Tritonus	6	C-Fis	32\45	590,22	-9,78
Reine Quart	5	C-F	3\4	498,05	-1,95
Große Terz	4	C-E	4\5	386,31	-13,69
Kleine Terz	3	C-Dis	5\6	315,64	+15,64
Große Sekunde	2	C-D	8\9	203,91	+2,91
Kleine Sekunde	1	C-Cis	15\16	111,73	+11,73
Reine Prim	0	C-C	1\1	0,00	0,00

Tabelle: Frequenzrelation der Inneroktav-Intervalle bei reiner Stimmung. Die Abweichung, angegeben in cent, bezieht sich auf das entsprechende gleichschwebend-temperiert gestimmte Intervall. Die Angabe in 1/100 cent sollte bei praktischer Verwendung auf ganze cent-Werte gerundet werden. Gegenüber der gleichschwebend-temperiert gestimmten großen Terz ist die rein gestimmte große Terz um 14 cent zu klein. Umgekehrt: Gegenüber der rein gestimmten großen Terz ist die gleichschwebend-temperiert gestimmte große Terz um 14 cent zu groß. 1 cent Abweichung entspricht 0,058% Frequenzunterschied.

Aus der folgenden Darstellung (**Abb. 8.9**) sind die Frequenzrelationen bei unterschiedlicher Stimmung ersichtlich. Abszisse ist eine logarithmisch geteilte Frequenzachse.

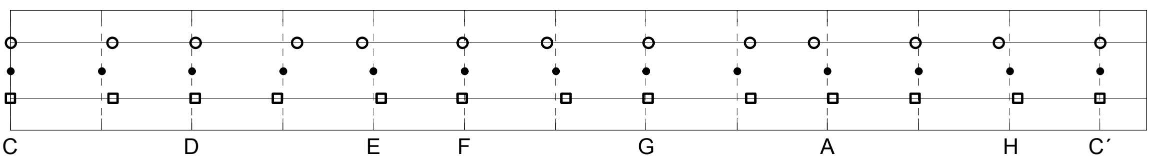

Abb. 8.9: Pythagoreische (□), gleichschwebende (•) und reine (o) Intervalle.

Da bei der gleichschwebend-temperierten Stimmung alle Halbtonabstände gleich sind, stellt der Wechsel der Tonart (des Tonleiter-Grundtons) kein Problem dar. Beispielsweise ergeben sich bei Bezug auf E folgende Intervalle: E-F# = 2 HT = große Sekunde, E-A = 5 HT = reine Quart. Der Bezug auf eine spezielle Tonart kann letztlich entfallen, jedes Intervall ist eindeutig durch die Anzahl seiner Halbtonschritte (HT) definiert.

Auch **über den Oktavraum hinaus** sind – wieder im Sinne lateinischer Stufenbezeichnung – weitere Intervallnamen definiert: Kleine None (13), große None (14), kleine Dezime (15), große Dezime (16), reine Undezime (17), übermäßige Undezime = verm. Duodezime (18), reine Duodezime (19), kleine Tredezime (20), große Tredezime (21); die Halbtonabstände sind jeweils in Klammern angegeben.

8.1.5 Typische Gitarren-Verstimmungen

Jeder Gitarrist hat vermutlich schon Tage erlebt, an denen sich seine Gitarre nicht richtig stimmen ließ. So richtig schlimm wird's immer, wenn man versucht, einzelne *Akkorde* nachzustimmen. Auch bei einem perfekt bundierten Hals und hochwertigen Saiten kann dieses Problem auftreten, dessen wahrscheinlichster Grund der Unterschied zwischen reiner und gleichschwebend-temperierte Stimmung ist. Während die temperierte **Quinte** mit 2 cent Abweichung sehr nahe an der reinen Quinte liegt, besteht bei der **Terz** eine viel größere Abweichung: +13,7 cent bei der Dur-Terz, und –15,6 cent bei der Moll-Terz! Mit diesen bereits hörbaren Verstimmungen muss der Gitarrist leben. Versucht er eine akkordspezifische Korrektur einzelner Saiten (in Richtung reiner Stimmung), können bei anderen Akkorden Abweichungen von 29 cent auftreten – und dann wird's richtig falsch. Als Beispiel:

Ein (ohne Barré) gespielter A-Dur-Akkord besteht aus den Tönen [e-a-e-a-cis-e]. Sofern alle sechs Töne gleichschwebend-temperiert gestimmt sind, bereitet insbesondere das auf der H-Saite gespielte Cis Probleme: Es ist 14 cent höher als ein reines Cis. Falls nun die H-Saite um 14 cent (7,9 ‰) tiefer gestimmt wird, ist für diesen A-Dur-Akkord das Problem beseitigt. Aber: Wenn mit dieser Stimmung nun z.B. ein E-Dur-Akkord [e-h-e-gis-h-e] gespielt wird, klingt's grausam falsch: Dessen Durterz ist das auf der G-Saite gespielte Gis; die vorher tiefer gestimmte H-Saite spielt in E-Dur eine zu tiefe Quinte, während die benachbarte G-Saite eine zu hohe Durterz spielt. Das zwischen beiden Saiten liegende Intervall (3 Halbtöne Gis-H) ist somit um 29 cent zu klein! Auch der Wechsel vom reinen A-Dur-Akkord auf D-Dur gelingt nicht: Die zu tief gestimmte H-Saite spielt nun am dritten Bund ein zu tiefes D. Das auf der benachbarten E-Saite gespielte Fis ist die Dur-Terz – sowieso schon um 13,7 cent zu hoch, und nun im Abstand zur (um 13,7 cent erniedrigten) Tonika doppelt verstimmt.

Es kann immer Spezialfälle geben, bei denen für eine begrenzte Akkordauswahl eine spezielle Verstimmung Vorteile bietet. Z.B. klingt es gar nicht übel, wenn für E und A7 die G-Saite leicht tiefer gestimmt wird. E-Dur mit [e-h-e-gis-h-e], und A7 mit [e-a-e-g-cis-e]. Hiervon profitiert in E-Dur die Terz, und in A7 die kleine Septime; beide sind gegenüber der reinen Stimmung zu groß, so dass eine Verkleinerung praktikabel ist. Aus dem gleichen Grund lässt sich mit gleicher Verstimmung auch noch ein H7-Akkord [fis-h-dis-a-h-fis] spielen. Aber Wehe, man wechselt nun auf C oder G. Für universellen Einsatz bleibt folglich nur die möglichst perfekte gleichschwebend-temperierte Stimmung.

8.1.6 Die gespreizte Stimmung

Von Klavierstimmern ist bekannt, dass sie nicht exakt temperiert, sondern leicht gespreizt stimmen. Insbesondere in ganz tiefen und ganz hohen Lagen können dadurch Abweichungen von bis zu 30 cent entstehen. Als Gründe werden Teiltonspreizung, aber auch verengende Tonhöhenwahrnehmung genannt. Jedoch: Im gitarrenrelevanten Tonhöhenbereich ist der Effekt mit ca. 2 cent/Oktave gering ausgeprägt, und die im Vergleich zu Gitarrensaiten viel dickeren Klaviersaiten sind kein adäquates Pendant. Buzz Feiten hat sich die gespreizte Stimmung patentieren lassen, siehe Kap. 7.3. Fender empfiehlt hingegen, die Oktave am 12. Bund mit höchstens 1 cent Fehler exakt einzustellen – ohne Spreizung. Möge ein jeder nach seiner Façon selig werden.