

4.6 Der magnetische Kreis

Magnetische Felder durchdringen den ganzen Raum (Kap. 4.1). Da sie unsichtbar sind, veranschaulicht man ihre Ausbreitung mit Feldlinien und erstellt Modellbetrachtungen in Analogie zu fließenden (materielosen) Strömungen. Im Gegensatz zu elektrischen Feldlinien haben magnetische Feldlinien keinen Anfang und kein Ende; im Regelfall (zu dem es Ausnahmen gibt) sind sie geschlossene Linien endlicher Länge. Die Tangente an eine Feldlinie zeigt in Richtung der Flussausbreitung, senkrecht dazu steht die durchflossene Normalfläche. Die beiden feldbeschreibenden **Feldgrößen** sind (magnetische) Feldstärke \vec{H} und (magnetische) Flussdichte \vec{B} . Die Feldstärke ist eine längenspezifische Größe (Einheit A/m), die in Längsrichtung (Flussrichtung) gemessen wird, die Flussdichte ist eine flächenspezifische Größe (Vs/m^2), die für die durchflossene Fläche spezifiziert wird.

Das längs einer Raumkurve über \vec{H} gebildete Linienintegral ergibt die magnetische Spannung V , das Flächenintegral über \vec{B} ergibt den magnetischen Fluss Φ . Sofern das Formelzeichen V bereits für das Volumen steht, wird die magnetische Spannung auch als V_m angegeben. Beim infinitesimal kleinen Raumelement beschreibt die differentielle Materialgröße **Permeabilität** μ den Zusammenhang zwischen den differentiellen Feldgrößen Feldstärke und Flussdichte: $\vec{B} = \mu \vec{H}$. Im makroskopischen Bereich werden die integralen Feldgrößen magnetische Spannung und Fluss durch den **magnetischen Widerstand** R_m verknüpft:

$$V = \Phi \cdot R_m = \Phi / \Lambda$$

Hopkinsonsches Gesetz

Im Gegensatz zum elektrischen Feld gibt es keinen "magnetischen Isolator", selbst Vakuum hat eine von null verschiedene Permeabilität (μ_0). Der magnetische Widerstand R_m wird auch **Reluktanz** (engl. Reluctance) genannt. Da das Formelzeichen R auch beim elektrischen Widerstand zur Anwendung kommt, fügt man beim magnetischen Widerstand manchmal den Index m an. Der Kehrwert des magnetischen Widerstandes ist der **magnetische Leitwert** Λ . Hier ist keine Verwechslung möglich, (der elektrische Leitwert ist Y) deshalb ohne Index m . Der magnetische Leitwert wird auch **Permeanz** (engl. Permeance) genannt, und gelegentlich anstelle von Λ auch mit dem Formelzeichen P oder λ bezeichnet.

In Analogie zum Stromkreis definiert man einen **magnetischen Kreis**, der natürlich nicht kreisförmig zu sein braucht. Gemeint ist vielmehr der längs geschlossener Feldlinien fließende ("kreisende") Magnetfluss. Antrieb und Ursache des Magnetflusses ist eine magnetische **Quelle**, also z.B. ein stromdurchflossener Leiter oder ein Dauermagnet. Die Berandung der Quelle ist manchmal klar ersichtlich (z.B. Oberfläche eines Dauermagneten), manchmal eher willkürlich gewählt (z.B. Dauermagnet einschließlich Polschuhen), manchmal nicht existent: Das externe Feld eines stromdurchflossenen Drahtes verläuft zur Gänze in Luft, also außerhalb der Quelle. Der Teil des Flusses, der als innerhalb der Quelle fließend definiert wurde, durchfließt den **Quellwiderstand** (Innenwiderstand, Quellreluktanz), der außerhalb der Quelle fließende Teil durchfließt den **Lastwiderstand** (Lastreluktanz). Im allgemeinen Fall ist jeder dieser Widerstände aus Teilwiderständen zusammengesetzt, im einfachsten Fall gibt es nur *eine* Quelle mit *einem* Innenwiderstand, und *eine* Last (**Abb. 4.15**).

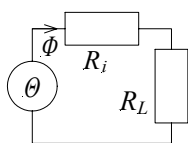


Abb. 4.15: Quelle mit Durchflutung Θ , Innenwiderstand R_i , Lastwiderstand R_L , Fluss Φ (vergl. Kap. 4.1).

Ein Hufeisenmagnet (**Abb. 4.16**) ist ein ähnlich einfaches Beispiel. Vereinfachend wird zunächst angenommen, dass der Magnetfluss nur im Hufeisenmagnet, in den beiden Luftspalten und im Anker fließt (kein Streufluss). Innen-, Luftspalt- und Ankerwiderstand werden der Reihe nach vom selben Fluss durchflossen, und deshalb im Ersatzschaltbild in Reihenschaltung angeordnet. Die an allen Widerständen entstehenden (abfallenden) magnetischen Spannungen, die auch magnetische **Spannungsabfälle** genannt werden, ergeben aufsummiert die magnetische Umlaufspannung = Durchflutung.

Wenn man berücksichtigen möchte, dass nicht der gesamte Fluss durch den Anker fließt, sondern als **Streufluss** teilweise daran vorbei, ist eine Flussaufteilung mit parallel liegenden Widerständen erforderlich (**Abb. 4.17**). Natürlich erfolgt der Streufluss räumlich verteilt, die "kanalisierte" Darstellung im Ersatzschaltbild ist eine Vereinfachung. Möchte man ergänzend auch den im Magneten auftretenden Streufluss berücksichtigen, ist die Quelle zu unterteilen. (**Abb. 4.18**). Auch dies ist eine Vereinfachung, falls erforderlich müssen mehr als zwei Teilquellen und mehr als zwei Teilwiderstände angesetzt werden. **FEM-Programme** unterteilen die Feldstruktur in Tausende kleiner Zellen (Elemente), die als Grundlage sowohl für numerische Fluss- und Widerstandsberechnungen, als auch für exaktere Feldlinienbilder dienen.

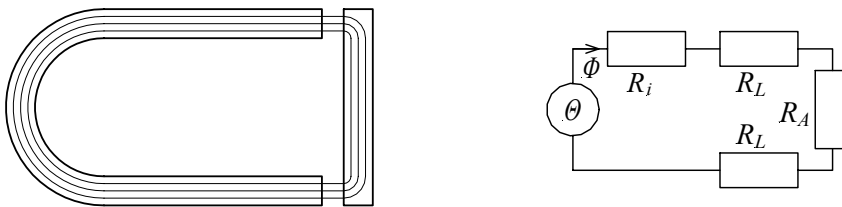


Abb. 4.16: Hufeisenmagnet mit Anker, kein Streufluss.

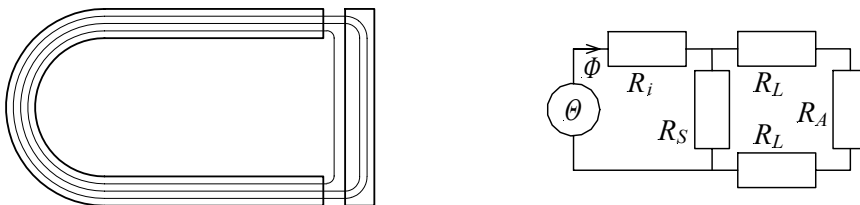


Abb. 4.17: Hufeisenmagnet mit Anker und Last-Streufluss (schematisch).

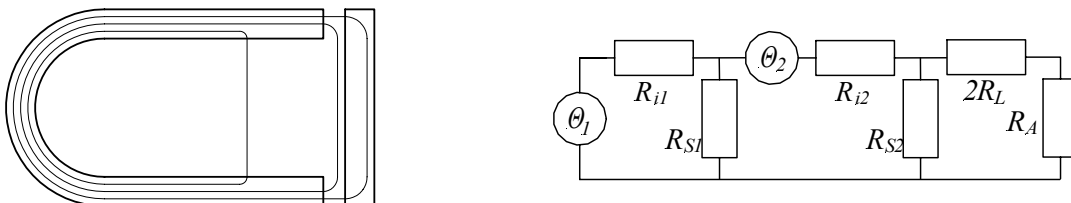


Abb. 4.18: Hufeisenmagnet mit Anker, Quell- und Last-Streufluss (schematisch). Die Reihenschaltung der beiden Luftspaltwiderstände ist zu einem Widerstand $2R_L$ zusammengefasst.

Die Ermittlung der Elemente der in Abb. 4.16–18 dargestellten Ersatzschaltbilder ist kompliziert und nur angenähert möglich. Für die Durchflutung ist das Produkt aus Koerzitiv-Feldstärke und Magnetlänge anzusetzen. Der Innenwiderstand des Magneten ist nichtlinear, er lässt sich aus der Hysterese berechnen. Der Luftspaltwiderstand ist linear, berechnet sich aber über ein inhomogenes (ortsabhängiges) Feld. Der Widerstand eines ferromagnetischen Ankers ist nichtlinear. Eine Lösung ist nur iterativ möglich: Die räumliche Feldverteilung hängt von den nichtlinearen Widerständen ab, deren Arbeitspunkt ist aber wiederum feldabhängig. Es muss insbesondere betont werden, dass bei nichtlinearen Elementen das sonst so mächtige Hilfsmittel der Überlagerung (Superposition) nicht angewandt werden darf.

Hingegen ist der **Kirchhoffsche Maschensatz** anwendbar, der in seiner verallgemeinerten Form lautet: *In einem unverzweigten Strömungskreis ist die Flussgröße überall gleich groß; die Summe aller Potentialabfälle ist null.* Auf den Magnetkreis übertragen: In **Abb. 4.19** ist der magnetische Fluss überall gleich groß; die Summe aus Durchflutung und magnetischen Spannungsabfällen ist null: $\Theta + V_M + V_L = 0$. Hierbei ist Θ die Durchflutung, V_M ist der magnetische Spannungsabfall im Magneten, V_L ist der magnetische Spannungsabfall in Luft. Damit die Summation null ergibt, müssen alle Zählpfeile im Kreis den gleichen Umlaufsinn aufweisen. Alternativ hierzu gibt es aber noch weitere Zählpfeilsysteme, da jede der drei Umlaufgrößen wahlweise mit positivem oder negativem Vorzeichen angesetzt werden kann. Die bei Dauermagneten übliche Messtechnik hat zu einer zunächst ungewohnten Vorzeichenkonvention geführt: $\Theta = V_L - V_M$. Die Zählpfeile von Θ und V_M einerseits und V_L andererseits sind entgegengesetzt, und außerdem werden Θ und V_L negativ angenommen. Für den Zählpfeil des Flusses gibt es zwei Möglichkeiten; er wurde so gewählt, dass (ebenfalls ungewöhnlich) in der Quelle die Zählpfeile von Θ und Φ in ihrer Richtung übereinstimmen. Am Luftwiderstand R_L sind damit Spannungs- und Flusszählpfeil entgegengesetzt, am Magnetwiderstand R_M stimmen die Richtungen überein. Das Hopkinsonsche Gesetz lautet damit: $V_L = -\Phi \cdot R_L$, und $V_M = +\Phi \cdot R_M$. Wie gesagt – gewöhnungsbedürftig.

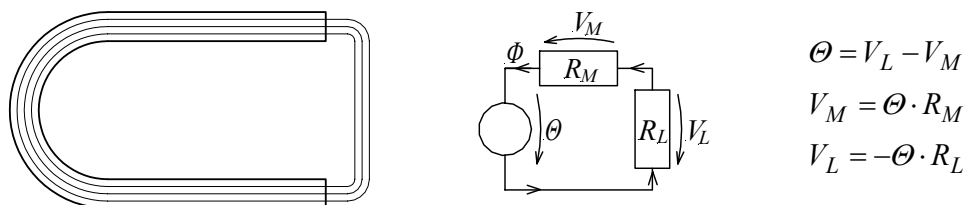


Abb. 4.19: Hufeisenmagnet ohne Anker, kein Quellstreifluss (Feldlinienverlauf vereinfacht).

Für den linearen Luftwiderstand kann das Hopkinsonsche Gesetz als Ursprungsgerade dargestellt werden; wegen des (zählpfeilbedingten) Minuszeichens ist bei positivem Fluss der Spannungsabfall negativ. Der Magnetwiderstand (Quellreluktanz) ist nichtlinear, den V_M / Φ -Zusammenhang beschreibt die Hysteresekurve. Da sowohl R_M als auch R_L von selbem Fluss durchflossen werden, können beide Funktionsgraphen in dasselbe Bild eingezeichnet werden. (**Abb. 4.20**). Die Summe der Beträge von V_M und V_L ist Θ , dies ist der Abstand der beiden senkrechten Linien. Lässt man als Grenzfall den Luftwiderstand gegen null gehen, ergibt sich die Remanenzflussdichte. Dies wäre der Fall, wenn anstelle von Luft ein hochpermeables Material als Anker verwendet würde. Lässt man hingegen den Luftwiderstand gegen unendlich gehen, wird die Flussdichte null, und man erhält den Koerzitivpunkt. Ein Material mit $\mu = 0$ ist allerdings nicht realisierbar, es gibt keinen "magnetischen Isolator".

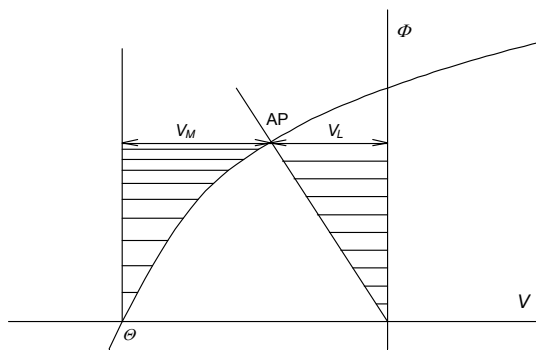


Abb. 4.20: Grafische Lösung der nichtlinearen Flussgleichung. Über Φ (Ordinate!) wächst V_L proportional nach links (Arbeitsgerade, rechte dreieckige Schraffur). V_M wächst über der Ordinate (!) progressiv nach rechts (linke Schraffur). Die Summe beider Beträge entspricht im Arbeitspunkt (AP) der Durchflutung ϑ .

Abb. 4.20 enthält zwei Funktionsgraphen, die auch Arbeitskennlinien genannt werden. Den nichtlinearen B/H - bzw. Φ/V -Zusammenhang beschreibt die gekrümmte Hysteresekurve, der lineare Luftwiderstand wird durch die **Arbeitsgerade** dargestellt. Die Steigung der Arbeitsgeraden hängt von der individuellen Magnetfeld-Geometrie ab, ihr Schnittpunkt mit der Hysteresekurve ergibt den **Arbeitspunkt (AP)**. Da das Luftfeld den gesamten (unendlichen) Raum erfüllt, ist die Berechnung von R_L nur näherungsweise möglich.

Bei den am einfachsten aufgebauten Tonabnehmern werden zylinderförmige Magnete verwendet – ohne jegliche Polschuhe (Eisenteile). Idealisert durchfließt der Magnetfluss den Magnetzylinder in axialer Richtung, tritt an der Stirnfläche aus, divergiert, erfüllt den ganzen Luftraum, und sammelt sich wieder an der anderen Stirnfläche. In Wirklichkeit kommt aber auch noch ein ganz erheblicher Quell-Streufeld zustande: Der Magnetfluss durchdringt auch die Zylindermantelfläche, weswegen die Quelle aufgeteilt werden müsste (Abb. 4.18). Der tatsächlich wirksame Luftwiderstand, der zumeist in reziproker Form als **Permeanz** dargestellt wird, ist nur über FEM-Programme in ausreichender Genauigkeit bestimmbar. Die Literatur nennt zwar für einige einfach geformte Körper Permeanzwerte [21-26], deren Genauigkeit ist aber nur mäßig. Erschwerend kommt hinzu, dass die Permeanzeinheit in der amerikanischen Literatur sich erst auf den zweiten Blick erschließt. Die Permeanz P ist der Quotient aus Fluss und magnetischer Spannung; sie sollte die Einheit $Vs/A = H$ haben, bzw. Mx/Gb . Trotzdem wird P in der amerikanischen Literatur mit der Dimension einer Länge (z.B. cm) angegeben, was auf die falsche Definition von μ_0 zurückzuführen ist. Der korrekte Wert von μ_0 ist im CGS -System $\mu_0 = 1 \text{ G/Oe}$. Stattdessen wird aber mit $\mu_0 = 1$ gerechnet, mit der Konsequenz, dass auch die Einheiten abgeleiteter Größen falsch sind.

Neben der absoluten Permeanz ist auch noch eine dimensionslose **normierte Permeanz** definiert, die Parker [22] als **Permeance Coefficient** $p = \text{unit permeance per centimeter}$ oder an anderer Stelle als dimensionsloses B/H -Ratio einführt – wieder unter der Annahme $\mu_0 = 1$. McCaig [26] ist da präziser und spricht vom $B/\mu_0 H$ -Ratio, meint aber dasselbe. Cedighian [25] bevorzugt wieder das B/H -Verhältnis ohne μ_0 , nennt es aber **Entmagnetisierungskoeffizient** (siehe später). Das B/H -Verhältnis gibt die Steigung der Arbeitsgeraden (Lastkennlinie) an. Die dimensionslose Angabe B/H -Ratio = 12 besagt beispielsweise, dass zu einer Feldstärke von 500 Oe eine Flussdichte von 6 kG gehört. Umgerechnet auf MKSA-Einheiten: Zu 40 kA/m gehören 0,6 T. Damit die Arbeitsgerade durch den Punkt maximaler Energiedichte (BH_{\max} -Punkt) verläuft, sind bei Alnico-Magneten B/H -Verhältnisse um 15 optimal. Daraus ergibt sich in den veröffentlichten Permeanz-Diagrammen [z.B. 22, 23, 25, 26] für Zylindermagnete ein optimales Länge/Durchmesser-Verhältnis von ungefähr 4. Parker [22] spricht zwar von *length-to-area-ratio*, meint aber *length-to-diameter*.

Viele Tonabnehmer-Magnete (z.B. Stratocaster) erreichen dieses optimale Länge/Durchmesser-Verhältnis ziemlich genau, man sollte hieraus aber kein Dogma machen; die Genauigkeit der Permeanzangaben ist nicht sehr hoch. Die auf Netzwerkanalogien beruhende Magnetkristheorie ist sehr gut geeignet, qualitative Zusammenhänge zu überblicken. Für quantitative Aussagen stehen heute mit FEM-Berechnungen leistungsfähigere und präzisere Hilfsmittel zur Verfügung.

Der Begriff **Entmagnetisierung** bedarf noch einer Erläuterung. Zunächst ist jeder Vorgang gemeint, der den Arbeitspunkt aus dem Remanenzpunkt auf der Hysteresekurve nach links unten schiebt – deswegen wird anstelle von Hysteresekurve manchmal auch von Entmagnetisierungskurve gesprochen. Daneben bezeichnet Entmagnetisieren auch das irreversible Zerstören der permanenten Magnetisierung, wie es beim Überschreiten der **Curietemperatur** oder bei starker Feldeinwirkung (z.B. im Entmagnetisierungsgerät) auftritt. Selten sind mit Entmagnetisierung auch Alterungsvorgänge gemeint, die allerdings meistens Alterung, Nachwirkung, Aging, After-Effects, Losses oder ähnlich genannt werden. Eher unerwartet kommt hingegen die Bezeichnung Entmagnetisierung für Spannungsabfälle am Quellwiderstand: Da R_M in Abb. 4.19 nicht null sein kann, ergibt sich bei jedem Fluss $\Phi \neq 0$ an R_M ein positiver magnetischer Spannungsabfall ΦR_M , der – in Reihe mit der negativen (!) Durchflutung Θ – den magnetischen Spannungsabfall am Lastwiderstand R_L betragsmäßig verkleinert. Auch die Feldstärke H in dieser Last wird verringert, der Magnetkreis also "entmagnetisiert". Man darf die elektromagnetischen Analogien aber nicht zu weit treiben, sonst müsste man bei einer belasteten Autobatterie von "Entelektrisierung" sprechen.

In **Abb. 4.21** sind für typische Alnico-Kurven die Arbeitsgeraden angegeben. Mit $L/D = 4$ ergibt sich im Zentrum eines Alnico-5-Zylindermagneten eine Flussdichte von ca. 9 kG = 0,9 T: Nimmt man stattdessen einen Alnico-2-Magnet, sinkt B auf ca. 5 kG. Die normierten Permeanzwerte von Humbuckermagneten sind mit $p \approx 4$ überraschend klein, die Unterschiede zwischen Alnico-2 und Alnico-5 bezüglich der Flussdichte dementsprechend gering.

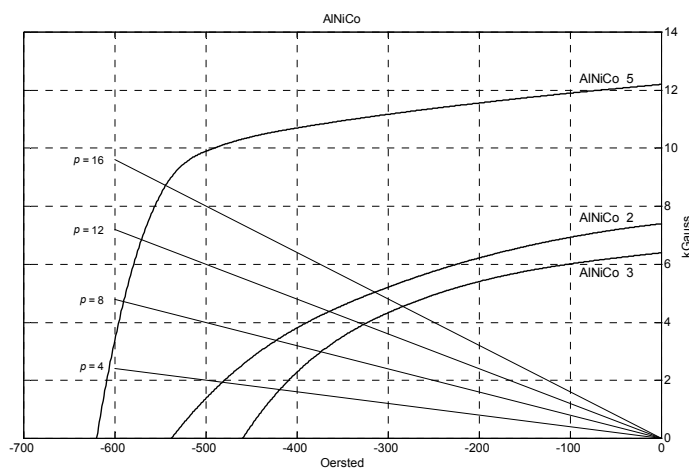


Abb. 4.21: Arbeitsgeraden für drei unterschiedliche normierte Permeanzwerte $p = 8, 12, 16$. Die am Arbeitspunkt entstehenden Flussdichten werden in der neutralen Ebene erreicht, d.h. im Zentrum des Zylindermagneten.

Zu $p = 8$ gehört bei Zylindermagneten ein Länge/Durchmesser-Verhältnis von ungefähr 2,5.

Entsprechend: $p = 12 \rightarrow L/D = 3,2$
und $p = 16 \rightarrow L/D = 4$.

Alnico- und Keramikmagnete haben etwas unterschiedliche Permeanzen [23].