

#### 4.10.4 Magnetische Verluste

Die feldverstärkende Wirkung ferromagnetischer Materialien kommt dadurch zustande, dass in deren Inneren einerseits Domänengrenzen (Blochwände, Kap. 4.4.1) verschoben, und andererseits Elementarmagnete, die zunächst regellos verteilt sind, durch das äußere Feld in eine neue, einheitliche Richtung gedreht werden. Von der zum Verschieben bzw. Verdrehen benötigten Energie wird ein kleiner Teil irreversibel in Wärme umgewandelt. Die hierbei durch eine Art von Mikro-Reibung erzeugte Wärmeenergie ist für das elektromagnetische Feld "verloren", deshalb spricht man vom **Verlust elektromagnetischer Feldenergie**, oder kurz von magnetischen Verlusten; auch die Bezeichnung **Eisenverluste** ist gebräuchlich. Verluste bewirken eine Verkleinerung der vom Tonabnehmer erzeugten Spannung – ein Effekt, der sich vor allem im Bereich höherer Frequenzen als Brillanzverlust auswirken kann.

Die beiden wichtigsten Verlustmechanismen sind Wirbelstromverluste und Hystereseverluste. Aus dem in der Hysteresekurve gegebenen Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke  $H$  und der magnetischen Flussdichte  $B$  kann die volumenspezifische Feldenergie  $w$  berechnet werden:

$$w = \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad \text{volumenspezifische Magnetfeld-Energie}$$

Wäre die Hysteresekurve eine (auch krumme) Linie, so würde sich beim Vergrößern der Flussdichte von  $B_1$  auf  $B_2$  die Energiedichte erhöhen, und beim anschließenden Verkleinern von  $B_2$  auf  $B_1$  um denselben Wert verringern – der Vorgang wäre reversibel. Weil aber jede Hysteresekurve zwei verschiedene Äste aufweist, ergibt ein vollständiger, auf den Startpunkt zurückführender Umlauf nicht  $w = 0$ , sondern eine zur eingeschlossenen Fläche proportionale Energiedichte, die ein Maß für den Energieverlust darstellt. Für Gitarrensaiten liegt der bei einem *Grenzscheifenumlauf* auftretende spezifische **Energieverlust** bei ca.  $10 \mu\text{Ws}/\text{mm}^3$ . Multipliziert man diesen Wert mit dem Volumen einer 2 cm langen 0,7-mm-Saite, so ergibt sich die in einem vollständigen Umlauf verlorene Energie zu ca.  $77 \mu\text{Ws}$ . Allerdings durchläuft der Arbeitspunkt einer schwingenden Saite nicht die Grenzhysterese (von negativer Sättigung zu positiver Sättigung und zurück), sondern nur einen kleinen Teil daraus. Wie groß dieser Teil ist, hängt sehr vom Saite/Magnet-Abstand und von der Saitenauslenkung ab. In den Bereichen relativ großer Wechselflussdichte ist auch die Gleichflussdichte groß, dort könnte – vorsichtig geschätzt – die Wechselflussamplitude maximal vielleicht ein Zehntel des Gleichflusses erreichen. Berücksichtigt man nun noch, dass Kleinsignal-Änderungen relativ kleinflächige, lanzettförmige Hystereseschleifen ergeben (auch **Rayleigh-Schleifen** genannt), so wird deutlich, dass die von der Saite verursachten Hystereseverluste doch eher nur eine untergeordnete Bedeutung haben. Als Größenordnung könnte man sich für die Saitenenergie 10 mWs vorstellen, und für die pro Schwingung auftretenden Eisenverluste  $1 \mu\text{Ws}$ . Schwingt die Saite mit 150 Hz, so verliert sie nach dieser Annahme pro Sekunde 1,5% ihrer Schwingungsenergie – das wäre vernachlässigbar. Eine genaue Berechnung der Eisenverluste ist aufwändig, weil ein dreidimensionales, inhomogenes Feld vorliegt, für das tensorielle Werkstoffparameter bekannt sein müssten. Auch eine Messung ist wegen der Abgrenzung zu anderen Dämpfungsmechanismen schwierig. Aber selbst wenn die o.a. Abschätzung unrealistisch wäre, und die Saite pro Sekunde nicht 1,5%, sondern 26% ihrer Energie verlöre, entspräche dies lediglich einem Pegelabfall von 1 dB/s – gegenüber anderen Dämpfungsmechanismen vernachlässigbar. Das Fazit dieser Abschätzungen lautet deshalb (ohne Beweis): **Die in der Saite entstehenden Hystereseverluste (Ummagnetisierungsverluste) sind vernachlässigbar.**

Außer in der Saite kann es auch im Magnet und/oder in saitennahen Ferromagnetika zu Hystereseverlusten kommen. Auch wenn diese Verluste nun nicht mehr in der Saite entstehen: Die zum Ummagnetisieren dieser Ferromagnetika erforderliche Energie muss trotzdem von der schwingenden Saite geliefert werden. Das von relevanten Wechselströmen betroffene Magnetvolumen ist beim typischen Singlecoil gut eine Zehnerpotenz größer als das eben betrachtete Saitenvolumen, dafür ist aber die relative Flussdichteänderung im Magnet um ca. eine Zehnerpotenz kleiner als bei der Saite; alles in allem also wiederum ein Effekt von untergeordneter Bedeutung. Solange nicht ein starker Magnet sehr nahe an die Saite herangebracht wird (was sowieso im Widerspruch zu einer großen Saiten-Auslenkung stünde), lautet die **Zusammenfassung: Hystereseverluste sind vernachlässigbar**. Diese Aussage ist zwar spekulativ, wird aber durch Messungen gestützt, die zweifelsfrei ergaben, dass die Saitenschwingung durch die Greifhand des Gitarristen stärker bedämpft wird als durch das Magnetfeld des Tonabnehmers (Kap. 4.11).

Als zweite Verlustursache treten **Wirbelstromverluste** auf. Das in Kap. 4.10.1 erläuterte Induktionsgesetz sorgt nicht nur in der Tonabnehmerwicklung, sondern in allen tonabnehmer-nahen elektrischen Leitern für Spannungserzeugung und Stromfluss. Und da Metalle resistive elektrische Widerstände darstellen, entsteht elektrische Wirkenergie, also Wärmeenergie, die das Magnetfeld, und damit die Saitenschwingung, schwächt. Die den Wirbelstrom verursachende elektrische Spannung ist von der *Änderung* des Magnetfeldes abhängig, deshalb spielen Wirbelströme bei niederen Frequenzen keine Rolle. Mit zunehmender Frequenz gewinnen sie an Bedeutung, wobei aber der **Skineffekt** als gegenläufiger Effekt berücksichtigt werden muss (Kap. 5.9.2.2): Das durch Stromfluss induzierte magnetische Gegenfeld drängt mit steigender Frequenz den elektrischen Strom zunehmend in die Randbereiche, wodurch der Wirbelstrom-Widerstand vergrößert wird (Kap. 3.3.2).

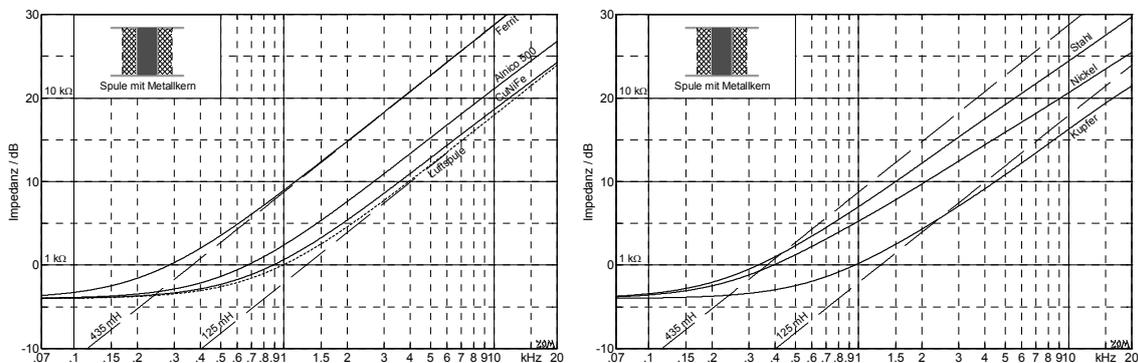
Wirbelstromverluste sind nicht generell vernachlässigbar, sondern verschlechtern die Höhenwiedergabe jedes Magnettonabnehmers. Und nicht nur geringfügig, sondern u.U. um 5 dB und mehr, wenn dicke, niederohmige Bleche verwendet werden. Man könnte dieses Verhalten als vom Entwickler gewünschte Klangcharakteristik interpretieren, sollte dann aber bedenken, dass sich allzu dominante Höhen sehr leicht mit einem zum Tonabnehmer parallel geschalteten Potentiometer abschwächen lassen – umgekehrt geht's nicht! Ein wirbelstromarmer Pickup kann sowohl brillant, als auch dumpf klingen – ein wirbelstrombedämpfter Pickup klingt nur dumpf\*. Wenig Wirbelstromverluste weisen Tonabnehmer auf, deren einzige Metallteile die 6 Alnico-Magnete sind (Typ USA-Stratocaster). Weicheisenstifte mit darunter liegendem Balkenmagnet erhöhen die Wirbelstromverluste, Blechkappen ebenso. Wenn ein Abschirmgehäuse gewünscht wird, aber möglichst wenig Wirbelstromverluste auftreten sollen, sind dünnwandige Neusilbergehäuse empfehlenswert. Ein Tonabnehmer, der trotz Metallgehäuse brillant klingt, ist z.B. der Gretsch-Humbucker.

Nicht nur in Magnet, Polstücken und Abschirmgehäusen treten Wirbelströme auf, sondern u.U. auch in metallenen Trägerplatten oder Abschirmfolien. Beim Austausch eines Plastikschlagbrettes (Pickguard) gegen ein solches aus Aluminium kommt es deshalb zu einem leichten Höhenverlust. Der sich fast völlig vermeiden lässt, wenn man mit einem dünnen Schlitz die ringförmig fließenden Wirbelströme unterdrückt.

---

\* Die im Gitarrenverstärker eingebauten Klangfilter können Wirbelstromverluste i.a. nicht kompensieren.

Um zu den **Wirbelstromverlusten** quantitative Daten zu erhalten, wurde eine dünnwandige Mess-Spule angefertigt, in die zylinderförmige Ferromagnetika ( $\varnothing = 5\text{mm}$ ) eingesteckt werden konnten. Der 14 mm breite Wickelkörper wurde mit 5500 Windungen eines  $80\text{-}\mu\text{-CuL}$ -Drahtes bewickelt (**Abb. 4.42**). In der Abbildung ist über der logarithmierten Frequenz der logarithmierte Impedanzbetrag dargestellt – unüblich, aber zweckmäßig.  $0\text{ dB} = 1\text{ k}\Omega$ .



**Abb. 4.42:** Logarithmierte Impedanz einer Mess-Spule ( $N = 5500$ ); verschiedene Kernmaterialien.

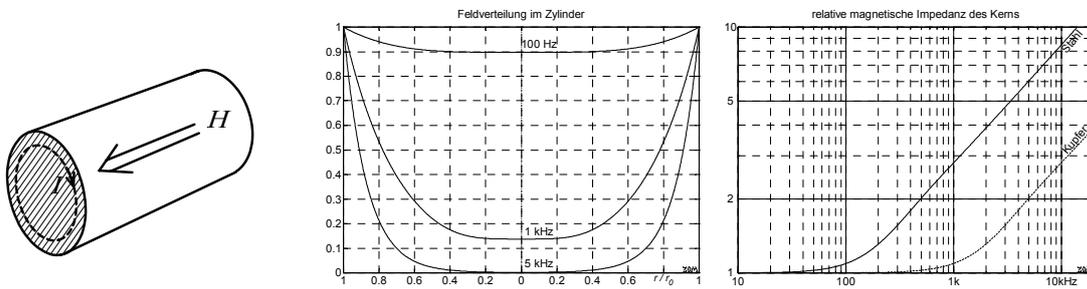
Ohne Kern ("Luftspule") misst man tieffrequent den Drahtwiderstand ( $630\ \Omega$ ), hochfrequent einen frequenzproportionalen Impedanzanstieg, also eine Induktivität ( $125\ \text{mH}$ ). Der Zweipol entspricht somit (in diesem Frequenzbereich) perfekt einer  $RL$ -Reihenschaltung. Einstecken eines **Alnico-500**-Magnetens ( $5 \times 14\ \text{mm}$ ) erhöht die Induktivität um 46%, Einstecken eines entsprechenden **Ferrit**-Zylinders erhöht die Induktivität auf das 3,5-fache. In beiden Fällen erfolgt hochfrequent ein frequenzproportionaler Impedanzanstieg, sodass im Ersatzschaltbild nur ein einziger Widerstand zur Verlustnachbildung vorzusehen ist: Der **Drahtwiderstand**<sup>♥</sup>. Der Induktivitätsanstieg bedeutet aber nicht, dass die relative Permeabilität von Ferrit nur 3,5 ist (oder von Alnico nur 1,46). Diese Materialien füllen ja nur einen Teil des Feldraumes, ihre Wirksamkeit wird dadurch gewaltig reduziert. Als Analogie kann man an zwei in Reihe geschaltete Widerstände denken, z.B.  $1000\ \Omega$  und  $10\ \Omega$ . Der Gesamtwiderstand beträgt in diesem Beispiel  $1010\ \Omega$ . Er erniedrigt sich auf  $1001\ \Omega$ , wenn der zweite Widerstand nur mehr  $1\ \Omega$  hat. An einer 1-V-Quelle fließt hiermit ein Strom von ca.  $1\ \text{mA}$ , selbst wenn man den zweiten Widerstand noch viel niederohmiger macht. Ähnlich ist es beim Magnetkreis: Der magnetische Widerstand wird überwiegend vom schlecht leitenden Luftfeld bestimmt. Mit einer kleinen Besonderheit: Eine Änderung beim magnetischen Kernwiderstand verändert die Form der Feldlinien, und damit auch den Widerstand des Luftfeldes.

Dass die Impedanz von Alnico und Ferrit in dem betrachteten Frequenzbereich mit einem einfachen  $RL$ -Zweipol nachgebildet werden kann, hat einen einfachen Grund: Außer dem Drahtwiderstand muss kein Verlustwiderstand berücksichtigt werden, Wirbelströme spielen noch keine Rolle<sup>\*</sup>. **Ferrite** werden aus Oxidpulver gesintert; sie haben einen hohen elektrischen Widerstand, der Wirbelströme verhindert. **Alnico**-Legierungen sind (im Vergleich zu Ferriten) schon relativ gute Leiter. Dass bei ihnen im relevanten Frequenzbereich trotzdem fast keine Wirbelstromverluste auftreten, liegt an ihrer eher kleinen relativen Permeabilität ( $2 - 5$ ). Gute elektrische Leiter mit hoher Permeabilität müssten demzufolge erhebliche Wirbelstromverluste erzeugen – und genau das tun sie, wie die folgenden Messungen bestätigen. Hierfür wurden in die o.a. Spule zylindrische Kerne aus unterschiedlichen Metallen eingesetzt: Stahl, Nickel, Kupfer (**Abb. 4.42** rechts).

<sup>♥</sup> Die Bezeichnung *Kupferwiderstand* ist hier ungünstig, weil Kupfer auch als Spulenkern verwendet wird.

<sup>\*</sup> Auch die (nichtlinearen) Ummagnetisierungsverluste sind unbedeutend.

**Kupfer** ist diamagnetisch, seine Permeabilität unterscheidet sich nur unwesentlich von  $\mu_0$ . **Stahl** und **Nickel** sind ferromagnetisch, ihre Permeabilität ist wesentlich größer als  $\mu_0$ . Kupfer ist ein sehr guter elektrischer Leiter, Nickel ist um den Faktor 4 hochohmiger, Stahl um den Faktor 10 – 20. Bei den zugehörigen Messkurven (Abb. 4.42) ist deutlich zu erkennen, dass bei diesen Metallkernen der hochfrequente Impedanzanstieg flacher verläuft als bei Luft oder Ferrit. Ursache dieses Verhaltens sind **Wirbelströme**, die mit zunehmender Frequenz das Magnetfeld immer mehr aus dem Kern drängen, und so die Induktivität verringern. **Abb. 4.43** zeigt für einen Stahlzylinder ( $\varnothing = 5$  mm, Länge = 14 mm) die innere Feldverteilung für drei Frequenzen, sowie die Frequenzabhängigkeit der magnetischen Impedanz. Die als komplexe Größe einen Realteil enthält (Magnetwiderstand), und einen Imaginärteil (Wirbelstromverluste). Die Verluste müssen hierbei imaginär sein, weil der Magnetwiderstand üblicherweise reell definiert ist – anders als etwa bei *elektrischen* Netzwerken, in denen Verlustwiderstände üblicherweise reell sind. Dies sind aber nur Konventionen, letztlich ist lediglich Orthogonalität zwischen Wirk- und Blindleistung gefordert.



**Abb. 4.43:** Ein über der Zeit wachsendes axiales Magnetfeld  $H$  erzeugt im Metallzylinder den Wirbelstrom  $I$ . Der verursacht ein ihn umkreisendes sekundäres Magnetfeld, das dem erzeugenden Feld entgegengerichtet ist, und dieses aus dem Zylinder drängt. Das mittlere Bild zeigt die radiale Verteilung des axialen Magnetfeldes in einem Stahlzylinder ( $r_0=5\text{mm}$ ), rechts ist die auf tiefe Frequenzen normierte magnetische Impedanz dargestellt.

Rechnungsgrundlage sind die **Maxwellschen** Gesetze in ihrer differentiellen Form, unter der vereinfachenden Annahme, dass elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  und Permeabilität  $\mu$  konstant sind. Für die Leitfähigkeit ist diese Annahme zutreffend, für die Permeabilität eigentlich nicht: Die orts- und zeitabhängige Flussverteilung führt zu orts- und zeitabhängigem  $\mu$ . Die genaue Berechnung in einem anisotropen, nichtlinearen Medium ist aber so kompliziert, dass vereinfacht werden muss. Die beiden Maxwellschen Gleichungen lauten dann:

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{und} \quad \text{rot } \vec{E} = -\mu \cdot \partial \vec{H} / \partial t \quad \text{Maxwell differentiell}$$

In Zylinderkoordinaten existiert  $H$  nur in axialer Richtung, und die Feldstärke  $E$  nur umlaufend (azimutal), die Rotation  $\text{rot}$  kann hierfür vereinfacht werden:

$$\sigma \cdot E = -\partial H / \partial r \quad \text{und} \quad -\mu \cdot \partial H / \partial t = E / r + \partial E / \partial r \quad \text{in Zylinderkoordinaten}$$

Beide Gleichungen zusammengefasst ergeben eine **Besselsche** Differentialgleichung, die für harmonische Signale mit komplexen Größen gelöst werden kann:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = \mu \sigma \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} = j \omega \mu \sigma \cdot H \quad \text{Besselsche DGL}$$

Der zeitliche Differentialoperator  $\partial/\partial t$  wurde hierbei durch  $j\omega$  ersetzt (siehe Systemtheorie).

Als **Lösung der Besselschen Differentialgleichung** erhält man für die radiale Verteilung der axial gerichteten magnetischen Flussdichte  $\underline{B}(r) = \mu \underline{H}(r)$ :

$$\underline{B}(r) = \mu c \cdot J_0(kr) \quad \text{mit} \quad k = (1-j) \cdot \sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad \text{bzw.} \quad k^2 = -j \omega \sigma \mu$$

Hierbei ist  $c$  eine Integrationskonstante, und  $J_0$  die Besselfunktion 1. Grades, nullter Ordnung. Der gesamte, den Zylinder axial durchströmende magnetische Fluss ergibt sich als Flächenintegral über dem Querschnitt, mit  $r_0 =$  Zylinderradius:

$$\underline{\Phi} = \int_0^{r_0} \underline{B} \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi \mu c \cdot \int_0^{r_0} r \cdot J_0(kr) \cdot dr = \frac{2\pi \mu c}{k^2} \cdot \int_0^{kr_0} kr \cdot J_0(kr) \cdot dkr \quad \text{Gesamtfluss}$$

Die Integration der Besselfunktion erfolgt mit  $\int x \cdot J_0(x) \cdot dx = x \cdot J_1(x) + C$ , wobei  $J_1$  eine Besselfunktion ersten Grades, erster Ordnung ist. Es ergibt sich für den magnetischen Fluss:

$$\underline{\Phi} = \frac{2\pi c}{-j \omega \sigma} [kr \cdot J_1(kr)]_0^{kr_0} = j \frac{2\pi c k r_0}{\omega \sigma} \cdot J_1(kr_0) \quad \text{Gesamtfluss}$$

Der magnetische Widerstand ist als Quotient von magnetischer Spannung und Fluss definiert, der **längenspezifische** magnetische Widerstand  $R'_m$  ist der Quotient von Feldstärke und Fluss:

$$R_m = V_m / \Phi; \quad R'_m = R_m / l = H / \Phi; \quad \text{magnetischer Widerstand}$$

Zur Berechnung des längenspezifischen magnetischen Widerstandes werden Feldstärke  $H(r_0)$  und Fluss  $\Phi$  längs des Zylindermantels durcheinander dividiert; das Ergebnis ist komplex und heißt deshalb **längenspezifische magnetische Impedanz**:

$$\underline{Z}'_m = \underline{H}(r_0) / \underline{\Phi} = \frac{-j \omega c \sigma}{2\pi c k r_0} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} = \frac{k}{2\pi r_0 \mu} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad \text{Längenspezifische Impedanz}$$

Für sehr tiefe Frequenzen geht  $k$  gegen null, über eine Reihenentwicklung der Besselfunktionen erhält man als (reellen) Grenzwert  $\underline{Z}'_m \rightarrow 1/r_0^2 \pi \mu$ , also den Kehrwert aus Zylinderquerschnittsfläche und magnetischer Leitfähigkeit. Dies bedeutet, dass bei tiefen Frequenzen gar keine Feldverdrängung auftritt, die Flussdichte ist im ganzen Querschnitt ortsunabhängig. Mit zunehmender Frequenz wird jedoch der Magnetfluss vom Zentrum in die Randbereiche (Mantelnähe) gedrängt, der magnetische Widerstand (Impedanz) nimmt zu, der Zylinder wird 'unmagnetischer' (siehe auch Kap. 5.9.2.4).

Die über Besselfunktionen berechnete Feldverdrängung kann den in Abb. 4.42 gemessenen Impedanzfrequenzgang qualitativ erklären, exakte quantitative Daten sind hiermit allerdings nicht möglich. Weil die (u.U. tensoriellen) Magnetdaten der verwendeten Ferromagnetika nicht genau bekannt sind, und weil der Metallzylinder nicht exakt axial durchströmt wird. Im Gegensatz zu Tonabnehmerberechnungen wäre beim Metallzylinder eine Berechnung mittels finiter Elemente (FEM) eher möglich, aber auch dabei bleibt das Problem der unzureichenden Materialdaten.

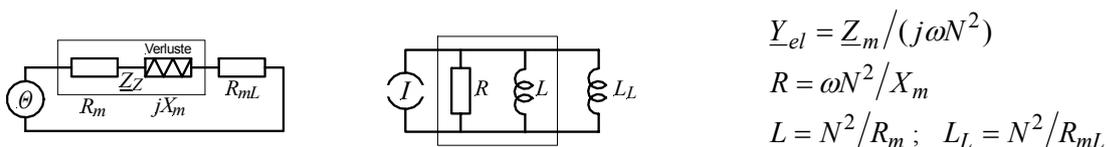
Bei der in Abb. 4.42 dargestellten Spule verlaufen die (magnetischen) Feldlinien teilweise in Metall, teilweise in Luft. Wie schon in Kap. 4.6 gezeigt, veranschaulicht man derartige magnetische Netzwerke in **Analogie** zu elektrischen Netzwerken durch Blockschaltbilder, die magnetische Widerstände durch Rechtecke darstellen. Für magnetische *Verlustwiderstände* existiert kein einheitlich definiertes Symbol, sie werden im Folgenden durch ein Rechteck dargestellt, in dessen Inneren eine Zickzackkurve verläuft (**Abb. 4.44**). Die **magnetische Impedanz**  $Z_m$  (deren Kehrwert die magnetische Admittanz  $Y_m$  ist), besteht aus einem Real- und einem Imaginärteil:  $Z_m = R_m + jX_m$ . Zu beachten ist, dass hierbei Verlustwiderstände imaginär dargestellt werden – anders als im elektrischen Netzwerk. Um mithilfe von Analogien Netzwerke aufeinander abbilden zu können, muss bekannt sein, was Flussgröße und was Potentialgröße (Differenzgröße) ist [3]. **Flussgröße\*** ist im elektrischen Netzwerk der Strom, im magnetischen Netzwerk der Magnetfluss. **Potentialgröße** ist die elektrische Spannung, bzw. die magnetische Spannung. Die Flussgröße teilt sich am Knoten, hierfür gilt der Kirchhoffsche Knotensatz (bzw. Maxwell I), für die Potentialgröße gilt analog der Maschensatz (bzw. Maxwell II). Analogien, die Flussgrößen auf Flussgrößen abbilden, erzeugen ein **isomorphes** (strukturgleiches) Netzwerk, bei der Abbildung einer Flussgröße auf eine Potentialgröße entsteht ein **duales** Netzwerk. Was gilt bei **elektromagnetischen Analogien**? Orientiert man sich an den beim Magnettonabnehmer vorherrschenden Wandlungsmechanismen (Kap. 5), so findet man eine Abbildung vom Magnetfluss auf die elektrische Spannung, und vom Strom zur magnetischen Feldstärke – also **Dualität**. Als Formel geschrieben:

$$U = N \cdot d\Phi/dt \quad \text{und} \quad N \cdot I = \oint H \cdot ds \quad \text{Wandlungsgleichungen [3]}$$

Die erste Gleichung stellt das Induktionsgesetz dar, die zweite das Durchflutungsgesetz. Aus einer magnetischen Reihenschaltung wird im elektrischen Ersatzschaltbild folglich eine Parallelschaltung. Das beim Induktionsgesetz auftretende Differential wird für komplexe (sinusförmige) Signale durch eine Multiplikation mit  $j\omega$  ersetzt, woraus folgt:

$$\underline{Z}_{el} = \frac{U}{I} = \frac{j\omega \cdot N \cdot \Phi}{\Theta/N} = j\omega \cdot N^2 \cdot \underline{Y}_m \quad \Theta = \oint H \cdot ds = \text{magn. Umlaufspannung}$$

Magnetische und elektrische Impedanz sind somit zueinander reziprok: Je größer die Permeabilität, desto kleiner die magnetische Impedanz, desto größer die elektrische Impedanz. Ein reeller magnetischer Widerstand wird in einen imaginären elektrischen Widerstand abgebildet (Induktivität,  $Z = j\omega L$ ), ein imaginärer magnetischer (Verlust-) Widerstand wird in einen realen elektrischen Widerstand abgebildet. Die Reihenschaltung des magnetischen Impedanz-Real- und Imaginärteils  $R_m + jX_m$  wird zur Parallelschaltung des elektrischen Widerstandes  $R$  und der Induktivität  $L$ ; beide sind frequenzabhängig. Der magnetisch in Reihe liegende Luftwiderstand  $R_{mL}$  wird zur parallel liegenden Induktivität  $L_L$ .



$$\underline{Y}_{el} = \underline{Z}_m / (j\omega N^2)$$

$$R = \omega N^2 / X_m$$

$$L = N^2 / R_m ; \quad L_L = N^2 / R_{mL}$$

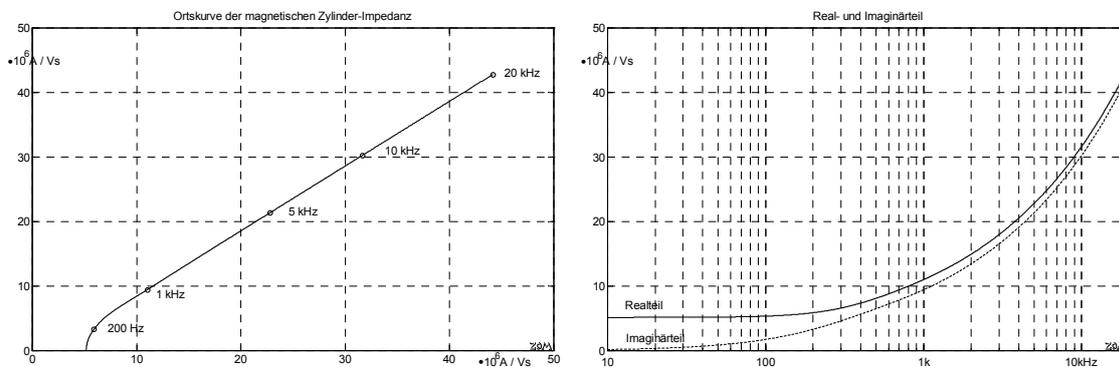
**Abb. 4.44:** Duale Analogie zwischen dem magnetischen (links) und dem elektrischen Netzwerk (Mitte).  $Z_Z$  = magnetische (Metall-) Zylinder-Impedanz,  $R_{mL}$  = magnetischer Luft-Widerstand.

\* Bei der elektromechanischen FI-Analogie [3] wird die elektrische Flussgröße "Strom" in die mechanische Flussgröße "Kraft" strukturgleich abgebildet; die FU-Analogie bildet dual ab.

Für den im Innern der Spule liegenden **Metallkern** erhält man mit Länge  $l$  und Radius  $r_0$  die magnetische Zylinder-Impedanz  $\underline{Z}_Z$ :

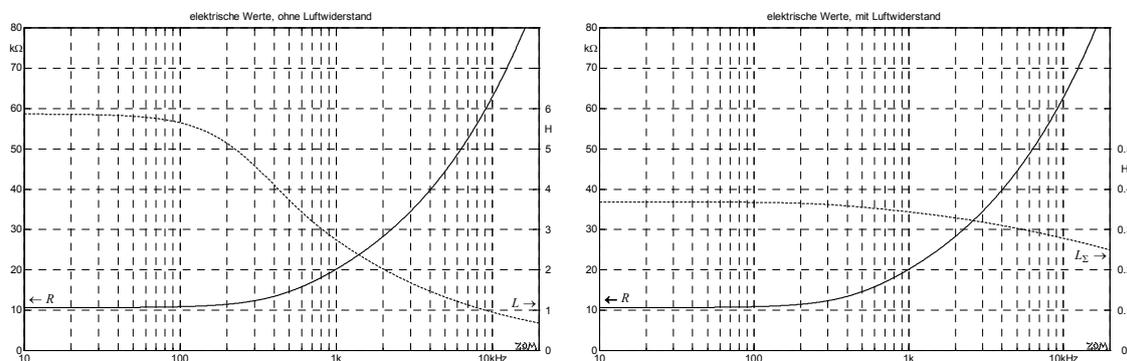
$$\underline{Z}_Z = \frac{k \cdot l}{2\pi r_0 \cdot \mu} \cdot \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad \text{mit} \quad k = (1-j) \cdot \sqrt{\pi \mu \sigma \cdot f} \quad \text{magn. Zylinder-Impedanz}$$

Hierbei ist  $\mu$  die (absolute) Permeabilität des Kerns,  $\sigma$  ist seine elektrische Leitfähigkeit. Sowohl das Argument ( $kr_0$ ) wie auch die daraus resultierende Besselfunktion sind komplex. **Abb. 4.45** stellt die Frequenzabhängigkeit des Real- und Imaginärteils der magnetischen Zylinder-Impedanz dar. Wäre der Metallzylinder der einzige magnetische Widerstand im (geschlossenen) magnetischen Kreis, so ergäbe sich tieffrequent eine Induktivität von 5.9 H, wie in Abb. 4.46 links dargestellt. Weil sich aber bei der hier betrachteten Zylinderspule die Feldlinien über eine lange Luftstrecke schließen, ist auch noch ein Luftwiderstand nötig.



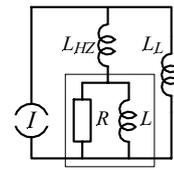
**Abb. 4.45:** Frequenzabhängigkeit der komplexen magnetischen Zylinder-Impedanz  $\underline{Z}_Z$ ,  $\mu_r = 110$ ,  $\sigma = 5e6$  S/m.

Setzt man in einem einfachen magnetischen Ersatzschaltbild eine Reihenschaltung von Kern- und Luftwiderstand an (Abb. 4.44), so reduziert das sowohl den absoluten Betrag der Induktivität, als auch deren Frequenzabhängigkeit (**Abb. 4.46**). Dieses einfache Modell ist gut geeignet, wenn der ferromagnetische Metallkern das in der Spule verlaufende Feld ausreichend stark bündelt. Bei kleinem  $\mu_r$  fließt jedoch ein wesentlicher Teil des inneren Magnetfeldes in einer Art **Hohlzylinder**, d.h. zwischen Kern und mittlerer Wicklungshöhe. Der magnetische Widerstand dieses Hohlzylinders liegt im magnetischen Blockschaltbild parallel zu  $\underline{Z}_Z$ , im elektrischen Ersatzschaltbild also in Reihe zur Parallelschaltung von  $R$  und  $L$  (**Abb. 4.47**).



**Abb. 4.46:** Frequenzabhängigkeit von  $R$  und  $L$  (links) bzw.  $R$  und  $L // L_L$  (rechts) aus Abb. 4.44 ( $N = 5500$ ).

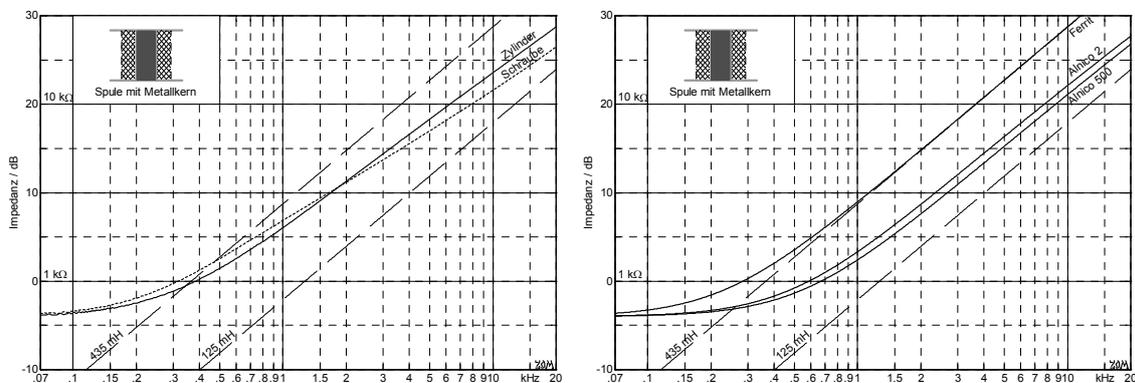
Mit diesem erweiterten Ersatzschaltbild (**Abb. 4.47**) ist es möglich, alle in Abb. 4.42 dargestellten Impedanzfrequenzgänge in guter Genauigkeit zu erklären. Der *magnetische* Widerstand dieses "Hohlzylinders" ist reell, er wird auf die Induktivität  $L_{HZ}$  abgebildet – definitionsgemäß ist deren *elektrische* Impedanz rein imaginär. Die Werte von  $R$  und  $L$  sind, wie schon bei Abb. 4.44 erläutert, frequenzabhängig.



**Abb. 4.47:** ESB

Für den **Magnettonabnehmer** haben die magnetischen Wirbelstromverluste folgende Konsequenzen: 1) Nicht nur der Drahtwiderstand der Tonabnehmerwicklung, sondern auch der in der Wicklung steckende ferromagnetische Kern bedämpft die Tonabnehmerresonanz. 2) Die Induktivität der Tonabnehmerwicklung ist frequenzabhängig, sie nimmt zu hohen Frequenzen hin ab. Als Alternative zur frequenzabhängigen Induktivität kann im Ersatzschaltbild auch eine äquivalente  $RL$ -Schaltung höherer Ordnung verwendet werden, siehe Kap. 5.9.2.3. Die unterschiedlichen Geometrien und die Verschiedenartigkeit der Materialparameter bewirken, dass Dämpfung und Induktivität unterschiedliche Frequenzabhängigkeiten aufweisen. Damit kann der Tonabnehmer-Konstrukteur gezielt den Übertragungsfrequenzgang beeinflussen.

**Abb. 4.48** zeigt Impedanzfrequenzgänge, ermittelt mit der Mess-Spule ( $N = 5500$ , Abb. 4.44). Die höchste Induktivität erzeugt der Ferritstab, dessen voneinander isolierte Elementarmagnete in diesem Frequenzbereich keine Wirbelströme zulassen. Die Permeabilität der aus undefiniertem Stahl gefertigten Humbucker-Schraube ist tieffrequent (300 Hz) praktisch genau so groß, aufgrund starker Wirbelströme nimmt ihre Induktivität aber mit zunehmender Frequenz ab. Der Humbucker-Zylinder ("Slug") hat tieffrequent eine etwas kleinere Induktivität, aber auch weniger Wirbelstromverluste. Praktisch wirbelstromfrei sind Alnico-Magnete; das magnetisch schwächere Alnico 2 hat gegenüber Alnico 5 (Alnico 500) eine größere Permeabilität, woraus (bei sonst gleichen Parametern) eine niedrigere Tonabnehmerresonanz resultiert.



**Abb. 4.48:** Impedanzfrequenzgänge, mit der Mess-Spule ermittelt; Kernabmessungen  $5 \times 14$  mm. "Zylinder" bezeichnet die bei Humbuckern üblichen Metallzylinder (= Slugs), "Schraube" die Humbuckerschraube (5.9.2.6).

Ausführliche Details zum Aufbau von Singlecoil- und Humbucker-Tonabnehmern, sowie zu deren technischen Daten, sind in Kap. 5 zusammengestellt.