

### 2.8.4 Dispersive Leitungselemente

In Kap. 1.2 wurde gezeigt, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen frequenzabhängig ist (**Dispersion**), was zu "gespreizten" Teiltonfrequenzen führt. Dieser Effekt kann im SFD mit frequenzabhängigen Laufzeiten nachgebildet werden. Nimmt man die Saite zunächst verlustfrei an, so ändert sich während der Wellenausbreitung das Betragsspektrum nicht. Das Phasenspektrum ändert sich; allerdings nicht linearphasig, wie bei Verzögerungsleitungen, sondern wegen der frequenzabhängigen Laufzeit gemäß einer **Allpassfunktion**. Aus der Teiltonspreizung kann die Allpass-Übertragungsfunktion hergeleitet werden (Kap. 1.2.1), und hieraus durch inverse Fourier-Transformation die Allpass-Impulsantwort (Kap. 1.2.2). Die in Kap. 1 gezeigten Simulationen wurden mit einem derartigen SFD berechnet.

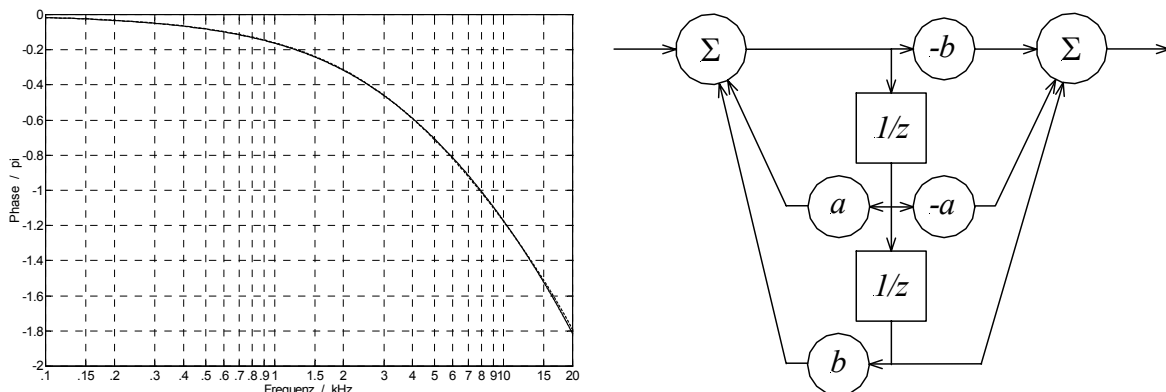
**Allpass:** Lineares System mit frequenzunabhängigem Betragsübertragungsmaß und frequenzabhängiger Phasendrehung.

**Minimalphasiges System:** Lineares allpassfreies System.

**Linearphasiges System:** Lineares System mit frequenzproportionaler Phasendrehung.

**System-Ordnung:** Anzahl der im System wirkenden unabhängigen Speicher.

In **Abb. 2.42** ist für eine umspinnene  $E_2$ -Saite ( $b = 1/8000$ ) die Phasendrehung  $\varphi$  dargestellt, die bei einer Transversalwelle auftritt, wenn sie 8,65 mm Weg zurücklegt (Kap. 1.3.1). Kaskadiert man 74 der im Bild angegebenen Digitalfilter, so erhält man eine gute Approximation der gesamten Phasendrehung einer 64 cm langen  $E_2$ -Saite (einmaliger Wellendurchgang). Die relativ hohe Filteranzahl ergibt sich aus der gewählten Abtastfrequenz: Ein Allpass 2. Ordnung kann die Phase höchstens um  $2\pi$  drehen.



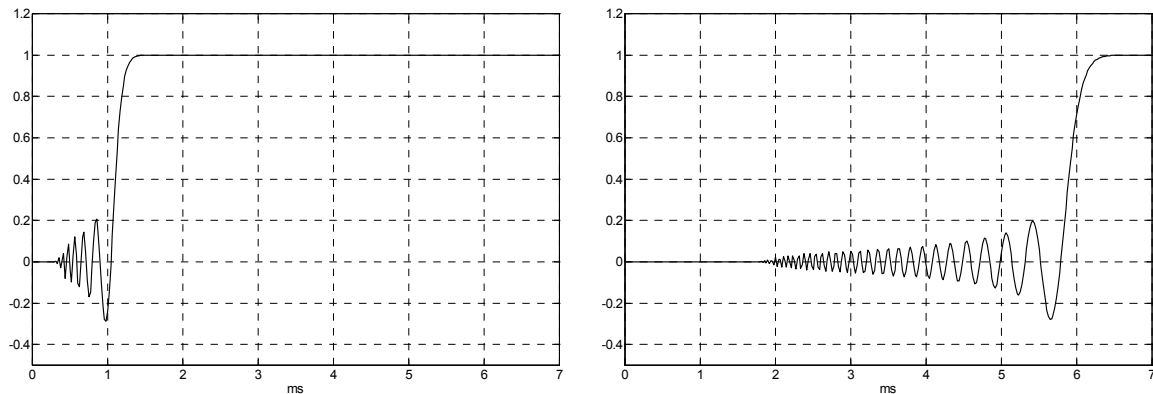
**Abb. 2.42:** Blockschaltbild und Phasenfrequenzgang eines kanonischen digitalen Allpass-Filters 2. Ordnung. Abtastfrequenz  $f_a = 48$  kHz,  $a = 0,5378$ ,  $b = -0,03668$ . Der Phasenfrequenzgang des Filters ist gestrichelt eingezeichnet, die Unterschiede zur Saitenphase (—) sind unwesentlich.

Die Übertragungsfunktion des digitalen Allpasses ergibt sich mit  $f_a =$  Abtastfrequenz zu:

$$\underline{H}(z) = \frac{1 - az - bz^2}{z^2 - az - b}; \quad |\underline{H}(z)| = 1; \quad z = \exp(j\omega / f_a)$$

Falls die Abtastfrequenz geändert wird, müssen auch die Parameter  $a$  und  $b$  geändert werden.

Die Phasenlaufzeit des in Abb. 2.42 dargestellten Allpassfilters weist die gleiche Tendenz auf wie sie bei dispersiven Saitenwellen zu finden ist: Hohe Frequenzen erreichen den Filterausgang schneller als tiefe. Deshalb wird bei Sprunganregung als erstes eine hochfrequente Reaktion zu beobachten sein; der tieffrequente Anteil folgt verzögert (**Abb. 2.43**).



**Abb. 2.43:** Sprungantwort einer Kaskade von 14 (links) bzw. 74 Allpässen (rechts), Daten wie in Abb. 2.42. Zusätzlich zu den Allpässen wurde eine leichte Höhendämpfung eingefügt (ein Tiefpass 1. Ordnung bei 10 kHz).

**Dispersion** bewirkt zum einen eine progressive Spreizung der Teiltonfrequenzen. Für den Klangeindruck wichtiger ist aber, dass auch die in Abb. 2.30 bzw. 2.36 angegebenen FIR-Filter demselben Mechanismus unterliegen: Auch ihre Interferenzwirkung erfolgt zu hohen Frequenzen hin progressiv gespreizt. Der Stegtonabnehmer einer Stratocaster würde bei einer dispersionsfreien  $E_2$ -Saite (u.a.) eine Interferenzauslöschung bei  $3 \cdot f_G \cdot 65\text{cm} / 5\text{cm} = 3214\text{ Hz}$  bewirken. Handelsübliche Saiten sind aber nicht dispersionsfrei, und deshalb entsteht die o.a. Interferenzauslöschung (je nach Saitenfabrikat) bei 3330 – 3520 Hz. Falls der Lautsprecher in diesem Bereich schmalbandige Resonanzen beisteuert, kann der Wechsel des Saitenfabrikates durchaus zu hörbaren Unterschieden führen. Hierbei sollte aber nicht übersehen ("überhört") werden, dass auch das Verschieben des Gitarrenlautsprechers zu Klangänderungen führt: Der Raum stellt aufgrund unterschiedlicher Schallwege ebenfalls ein FIR-Filter dar.