1.2 Umsponnene Saiten

Die dünnen Saiten der Elektrogitarre (E_4, H_3) bestehen aus massivem Stahl; würde man die dicken (Bass-) Saiten (E_2, A_2, D_3, manchmal auch G_3) in gleicher Weise herstellen, so ergäbe die unvermeidliche Biegesteifigkeit beachtliche Inharmonizitäten (Kap. 1.3). Aus diesem Grund umspinnt man einen dünnen Stahlkern mit einer schraubenförmig aufliegenden Wicklung (**Abb. 1.4**). Diese besteht bei Elektrogitarren aus Stahl oder Nickel, bei Akustikgitarren aus Bronze. Die Biegesteifigkeit wird dann hauptsächlich vom Kern bestimmt, die Umspinnung liefert nur mehr die benötigte zusätzliche Masse.

Für das Verhältnis zwischen Kern- und Außendurchmesser $\boldsymbol{\kappa = D_K/D_A}$ sind mehrere Kriterien maßgeblich: Zur Reduktion der Biegesteife sollte κ möglichst klein gemacht werden, wodurch sich aber die Normalspannung sehr schnell der Zugfestigkeitsgrenze selbst von hochfestem Stahl nähert. Einfacher Baustahl hat z.B. eine **Mindestzugfestigkeit** von 430 N/mm^2 (St 44). Dies ist für Saiten bei weitem nicht ausreichend, hierfür werden bis zu 2000 N/mm^2 gefordert – bei Normalstimmung, und im Ruhezustand. Beim Spielen treten zusätzliche Belastungen auf, die (im Interesse langer Lebensdauer) immer noch deutlich unter der Bruchgrenze bleiben müssen. Zusätzlich wird Dauerfestigkeit gegenüber wechselnder Belastung gefordert, die Saite soll nicht zu schnell verrosten, sie soll nicht zu spröde sein, damit sie gebogen werden kann, und sie braucht gewisse magnetische Eigenschaften. Alles in allem also sehr hohe Anforderungen, die nicht jeder Drahthersteller erfüllen kann.

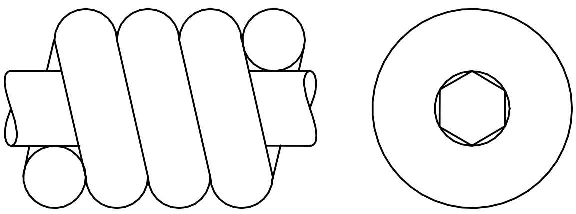

Abb. 1.4: Umsponnene Saite.
Der Saitenkern ist entweder kreisförmig, oder polygon (z.B. sechseckig).

Bei den meisten umsponnenen Saiten beträgt der **Kerndurchmesser** ein bis zwei Drittel des Außendurchmessers. Kleinere κ-Werte führen insbesondere bei den hochfrequenten Saiten zum Saitenbruch, außerdem müsste der Wicklungsdraht sehr stark gekrümmt werden. Größere κ-Werte entlasten den Kern, führen aber zu stärkeren Inharmonizitäten und ergeben einen zu geringen Wickeldrahtdurchmesser, was ebenfalls Lebensdauerprobleme bringt. Neben dem Verhältnis von Kern- zu Außendurchmesser sind auch deren Absolutwerte von Bedeutung. Um eine bestimmte Tonhöhe (z.B. E_2) zu erzeugen, müssen (und dürfen) dicke Saiten mehr gespannt werden als dünne. Eine Durchmesserverdoppelung vervierfacht die Masse; soll die Tonhöhe konstant bleiben, muss die Spannkraft ebenfalls vervierfacht werden – die Normalspannung (Zugkraft / Querschnittsfläche) bleibt hiervon unberührt.

Die Umspinnung der Saite erfolgt häufig mit Runddraht, seltener mit **Flachdraht**. Runddraht-umsponnene Saiten fühlen sich aufgrund der Querrillen rau an, flachdrahtumsponnene Saiten ergeben ein ähnliches Spielgefühl wie blanke Saiten, klingen aber anders. Eine Mittelstellung nehmen **geschliffene Saiten** ein; hierbei wird der Kern zuerst mit Runddraht besponnen, danach werden die äußersten Bereiche der Umspinnung leicht angeschliffen, um die Oberflächenrauigkeit zu reduzieren.

Dicke Saiten ermöglichen bei Akustikgitarren einen lauteren Ton, sie müssen aber mit höherer Kraft niedergedrückt werden. Bei Elektrogitarren, deren Signale fast beliebig verstärkt werden können, findet man aus diesem Grund häufig dünnere Saiten als bei Akustikgitarren. Erst das Verringern der Spann- und damit Spielkräfte um bis zu 50% hat bei der Elektrogitarre neue Spieltechniken (Ziehen, Handvibrato) ermöglicht.

Jeder Saitenhersteller bietet Saitensätze mit unterschiedlichem Durchmesser an. Ihre Bezeichnung ist zumeist englisch: "heavy", "medium", "light", "super light". Zur genaueren Kennzeichnung werden zusätzlich alle Saitendurchmesser in mil angegeben (1 mil = 1/1000 inch = 25.4mm /1000). Bei Elektrogitarren ist der sog. "9er-Satz" häufig zu finden, er besteht z.B. aus den Saitendurchmessern: 9-11-15-24-32-42. Es gibt aber auch 9er-Sätze in anderer Abstufung, z.B.: 9-11-16-26-36-46. Bei den dünneren Sätzen sind die drei Diskantsaiten massiv (blank, plain), und die drei Basssaiten umsponnen (wound), bei dickeren Sätzen ist auch die G-Saite umsponnen.

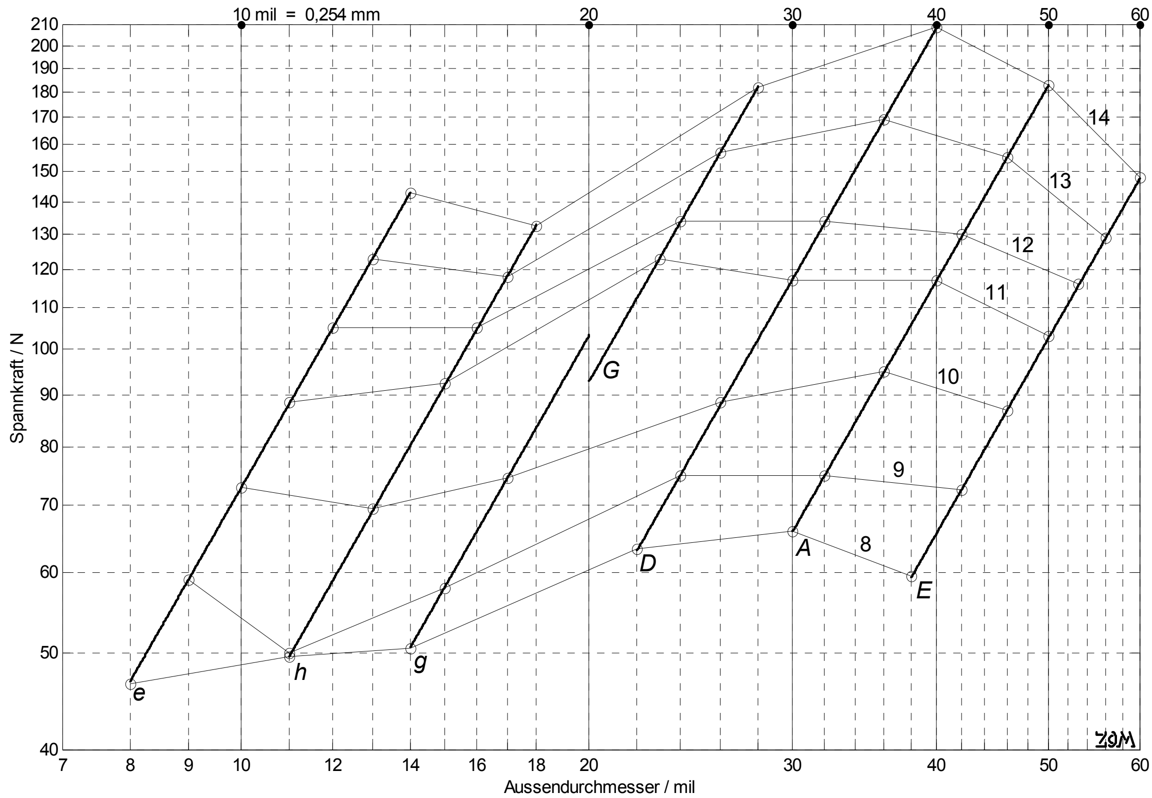

Abb. 1.5: Saitenspannkraft in Abhängigkeit vom Außendurchmesser. ρ_{Kern} = 7900 kg/m^3, $\rho_{Wickl.}$ = 8800 kg/m^3. Die Saitenlänge wurde zu 25.5" = 64.8cm (z.B. Stratocaster) angesetzt, Verkürzung erniedrigt die Spannkraft Ψ. Die Auswirkung von κ auf Ψ ist gering. 13er und 14er Sätze sind hauptsächlich auf Westerngitarren zu finden.

Abb. 1.5 zeigt die Zusammenhänge zwischen Spannkraft Ψ und Saitendurchmesser. Die Saiten sind als steil ansteigende Linien eingezeichnet, die G-Saite ist mit/ohne Umspinnung angegeben. Häufig verwendete Durchmesser-Kombinationen sind als flacher Kurvenzug gekennzeichnet. Die Berechnungen gehen von unnachgiebigen Saitenlagern aus. Federnde Lagerung (z.B. in einem Vibratosystem) erfordert eine höhere Spannkraft. Frequenzabhängige Federwirkung siehe Kapitel 2.5.2.

Die **Saitenspannkraft** Ψ berechnet sich bei **Massivsaiten** aus der Dichte ρ, der Grundfrequenz f_G, dem (Außen-) Durchmesser D und der Saitenlänge (Mensur) M:

$$\Psi = \pi \cdot \rho \cdot (f_G \cdot D \cdot M)^2 \qquad \text{Saitenspannkraft}$$

Bei **umsponnenen Saiten** ist wegen der in der Umspinnung eingeschlossenen Luft die **Dichte** um ca. 10% verringert (bezogen auf gleichen Außendurchmesser)

$$\overline{\rho} = \rho_{wound} = \left[\kappa^2 + \left(1-\kappa^2\right)\cdot\frac{\pi\cdot\rho_W}{4\cdot\rho_K}\right]\cdot\rho_{plain} \approx 0.9\cdot\rho_{plain}; \qquad \kappa = D_K / D_A$$

Hierbei ist ρ_W die Dichte der Wicklung (Umspinnung), ρ_K ist die Dichte des Kernmaterials. Mit ρ_{plain} ist die Dichte einer zum Vergleich herangezogenen massiven Saite gleichen Außendurchmessers gemeint, $\overline{\rho}$ ist die mittlere Dichte der umsponnenen Saite. $\kappa = D_K/D_A$ = Kern- / Außendurchmesser. Eine genauere Betrachtung erfordert geringfügige Korrekturen, wenn der Kern nicht runden, sondern vier- oder sechseckigen Querschnitt aufweist, und wenn die Umspinnung statt mit Runddraht mit geschliffenem Runddraht oder Flachdraht erfolgt.

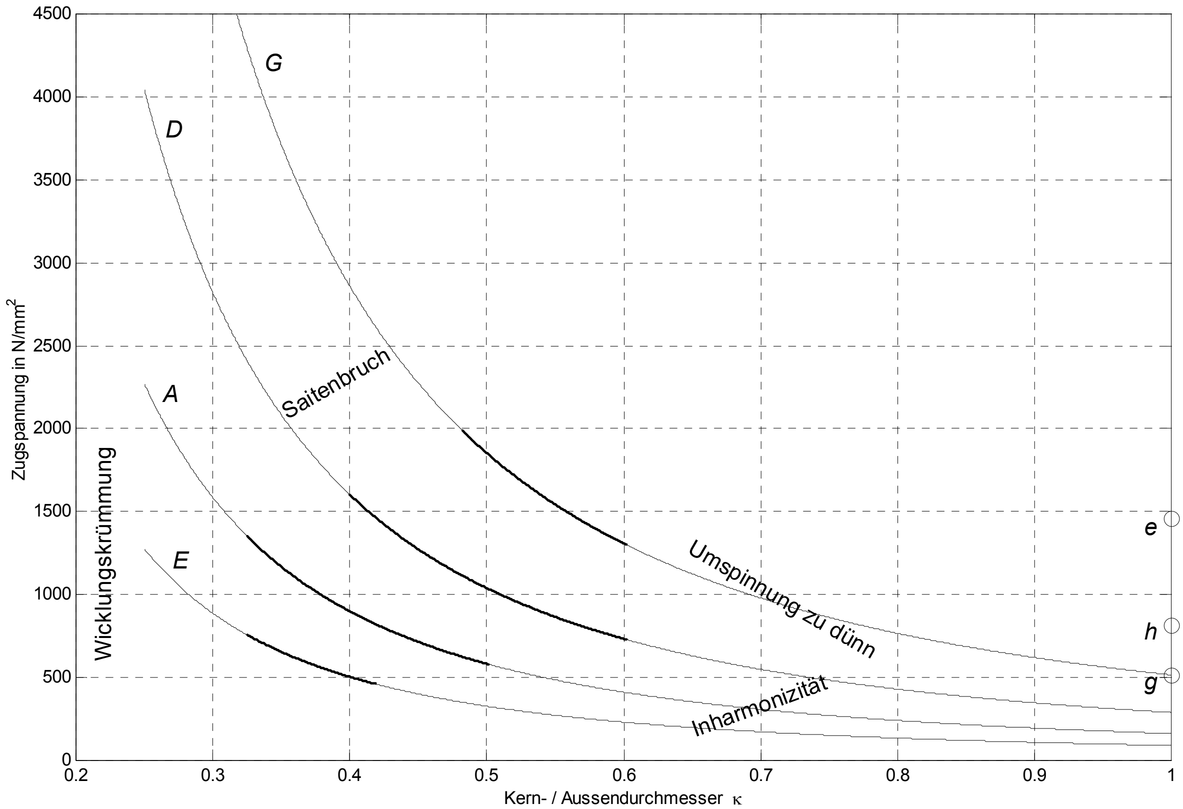

Abb. 1.6: Saitennormalspannung in Abhängigkeit von κ. Gebräuchliche Werte sind dick gezeichnet. Die Werte für (massive) e-, h- und g-Saite sind am rechten Bildrand als Kreis markiert. M = 25.5" = 64.8cm . Die Kurven gelten für unnachgiebige Saitenlager; federnde Lagerung (Vibrato) ergibt höhere Normalspannungen.

Die **Normalspannung** σ (Spannkraft / Querschnittsfläche) ergibt sich bei Massivsaiten zu:

$$\sigma = \frac{4\Psi}{\pi D^2} = 4\rho \cdot (f_G \cdot M)^2$$ Normalspannung (massive Saite)

Die Normalspannung hängt (bei gleicher Grundfrequenz und Länge) nicht vom Saitendurchmesser ab. Wenn der Eindruck entsteht, ein dünner Saitensatz reißt leichter als ein dicker, so liegt das an der zusätzlich wirkenden Anzupfkraft; dünne Saitensätze bieten hier weniger Reserven. Bei umsponnenen Saiten berechnet sich σ zu:

$$\sigma = \frac{4\Psi}{\pi D_\mathrm{K}^2} = \frac{4\overline{\rho} \cdot (f_G \cdot M)^2}{\kappa^2}$$ Normalspannung (umsp. Saite)

Für die Dichte ist bei umsponnenen Saiten die um ca. 10% verringerte mittlere Dichte $\overline{\rho}$ einzusetzen. Besonderen Einfluss hat das Durchmesserverhältnis κ. In **Abb. 1.6** sind für alle 6 Saiten die Normalspannungen angegeben; nach oben hin nimmt die Bruchgefahr zu, nach rechts erhöht sich die Inharmonizität (Abb. 1.7). Während Saitenbruch natürlich zu vermeiden ist, stört Inharmonizität nicht grundsätzlich – sie kann dem Saitenklang sogar eine spezielle "Lebendigkeit" verleihen (Kap. 8.5).

Die insbesondere bei dicken Saiten im hohen Teiltonbereich auftretende **Inharmonizität** ist eine Folge der Biegesteifigkeit. Nach [1] berechnet sich die Frequenz des n-ten Teiltons zu:

$$\boxed{f_i[n] = n \cdot f_G \cdot \sqrt{1 + bn^2}} \qquad b = \left(\frac{\pi D}{8M^2 f_G} \right)^2 \cdot \frac{E}{\rho}$$ Teiltonspreizung

Diese (auf Lord Rayleigh zurückgehende) Formel gilt für massive Saiten mit D als Saitendurchmesser. Für umsponnene Saiten formt man um auf:

$$b = \frac{\pi^2 B}{4M^4 f_G^2 m'} \qquad B = \frac{E\pi D_\mathrm{K}^4}{64} \qquad m' = \frac{\pi D_\mathrm{A}^2}{4} \overline{\rho}$$

Hierbei ist B die von Kerndurchmesser D_K und Elastizitätsmodul E abhängige Biegesteifigkeit, und m' die vom Außendurchmesser D_A abhängige **längenspezifische Masse**. Hiermit erhält man für den Inharmonizitätsparameter b:

$$b = \frac{\pi^2 E}{64 M^4 f_G^2 \overline{\rho}} \cdot \kappa^4 D_\mathrm{A}^2$$ Inharmonizitätsparameter

In **Abb. 1.7** sind für b Bereiche markiert. Sie umfassen für die umsponnenen Saiten den Bereich üblicher Außendurchmesser und üblicher κ-Werte (vergl. Abb. 1.6). Für die massiven Saiten (Kleinbuchstaben) gilt $\kappa = 1$.

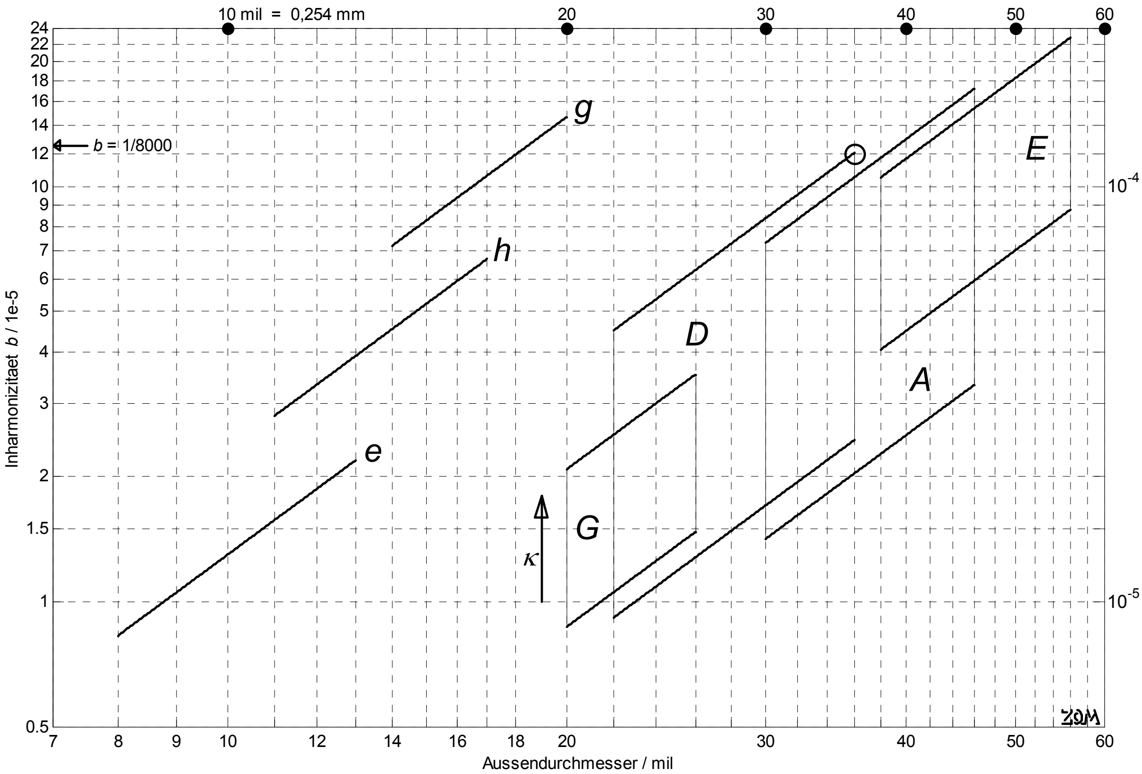

Abb. 1.7: Teilton-Inharmonizitätsparameter b typischer Gitarrensaiten, *E-A-D-G* = wound, *g-h-e* = plain. Für eine umsponnene (wound) D-Saite mit 36 mil Außendurchmesser ergibt sich: b = 12e-5 für $\kappa = 0.6$; Kern- / Außendurchmesser: $\kappa_E = 0{,}33 - 0{,}42$ $\kappa_A = 0{,}33 - 0{,}50$ $\kappa_D = 0{,}40 - 0{,}60$ $\kappa_G = 0{,}48 - 0{,}60$. Mensur = 65 cm. Für 63-cm-Mensur sind alle b-Werte um 13% zu vergrößern.

Material	Dichte ρ in 10^3 kg / m^3	Elastizitätsmodul E in 10^9 N / m^2
Stahl	7,8 - 8,1	200 - 220
Nickel (Ni)	8,90	199
Kupfer (Cu)	8,92	120
Messing (Cu, Zn)	8,1 - 8,6	≈ 100
Bronze (Cu, Sn)	8,2 - 8,9	≈ 110
Neusilber (Cu, Zn, Ni)	≈ 8,6	≈ 130
Nylon (Polyamid)	≈ 1,2	≈ 3,5

Tabelle: Materialdaten. Stahl, Messing, Bronze und Neusilber gibt es in unterschiedlicher Zusammensetzung.